

Physikalisches A-Praktikum

Versuch 11

Das Drehspul-Galvanometer

Praktikanten: Nils Kanning
Steffen Klemer
Durchgeführt am: 25.09.2006
Gruppe: 6
Assistent: Boris Landgraf

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Einleitung | 4 |
| 2 | Theorie | 4 |
| 2.1 | Aufbau | 4 |
| 2.2 | Bewegungsgleichung | 4 |
| 2.3 | Empfindlichkeiten | 7 |
| 2.3.1 | Stromempfindlichkeit | 7 |
| 2.3.2 | Spannungsempfindlichkeit | 7 |
| 2.3.3 | Ballistische Stoßempfindlichkeit | 7 |
| 3 | Durchführung | 8 |
| 3.1 | Messung mit konstanter Spannung | 9 |
| 3.2 | Schwingfall, Kriechfall und aperiodischer Grenzfall | 9 |
| 3.3 | Ballistisches Galvanometer | 10 |
| 4 | Auswertung | 10 |
| 4.1 | Messung mit konstanter Spannung | 10 |
| 4.2 | Schwingfall | 11 |
| 4.3 | Kriechfall | 12 |
| 4.4 | Aperiodischer Grenzfall | 13 |
| 4.5 | Ballistisches Galvanometer | 14 |
| 5 | Einordnung der Ergebnisse | 15 |
| A | Tabellen und Grafiken | 16 |
| B | Anmerkung zum Versuch | 21 |

1 Einleitung

In vielen technischen und physikalischen Anwendungen ist eine Messung von elektrischen Strömen unabdingbar. Das Drehspul-Galvanometer stellt eine Möglichkeit dar, dies, zwar mit einigem Aufwand, aber dafür hochpräzise, zu erreichen. Dabei können mit ihm nicht nur Ströme sondern auch Stromstöße und damit Ladungen vermessen werden. Benannt ist es nach LUIGI GALVANI, einem italienischen Arzt und Physiker, der die Grundlagen für die Entdeckung elektrochemischer Zellen legte.

2 Theorie

2.1 Aufbau

Das in diesem Versuch betrachtete Drehspulgalvanometer (siehe Abb. 1) besteht aus einem feststehenden Permanentmagneten, zwischen dessen Polen eine zylinderförmige Aussparung mit einem Eisenkern in der Mitte angeordnet ist. Um diesen Eisenkern liegt eine horizontal drehbar gelagerte Spule, die durch Spiralfedern in einer Ruhelage gehalten wird. Im Folgenden wird die Höhe der Spule mit h und ihre Breite mit b bezeichnet. n sei ihre Windungszahl und φ die momentane Auslenkung.

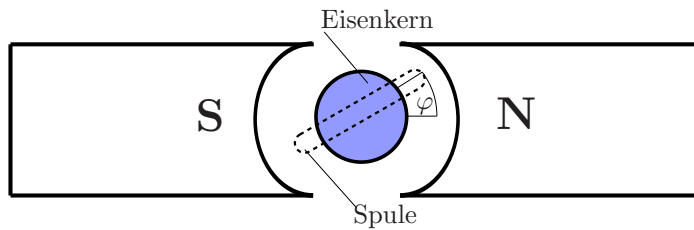


Abbildung 1: Schema des verwendeten Galvanometers

2.2 Bewegungsgleichung

Aus diesem Aufbau ergeben sich einige Kräfte und Momente, die die Bewegung beeinflussen. Im Einzelnen sind dies:

Lorentzkraft Fließt durch die Spule ein Strom I , so bewirkt dieser eine Kraft

$$\begin{aligned}
 F_L &= nq(\vec{v} \times \vec{B}) \\
 F_L &= nV(\vec{j} \times \vec{B}) \text{ bei gegebener Orthogonalitaet} \\
 F_L &= nV \frac{I}{a} B \text{ mit dem Leiterquerschnitt } a \text{ und der Tiefe der Spule } h \\
 F_L &= nhIB \text{ und damit ein Moment} \\
 M_L &= b \cdot F_L = \underbrace{nhb}_A IB = \underbrace{AB}_G \cdot I
 \end{aligned}$$

A charakterisiert hierbei die wirksame Spulenfläche, G ist die *Galvanometerkonstante*. Die Gleichung für das Moment gilt nur für kleine Auslenkungen φ , da sonst die Näherung für das Kreuzprodukt des Drehmomentes zu stark abweicht.

Rückstellkraft der Feder Die Feder erzeugt ein, zur Auslenkung proportionales, Rückstellmoment:

$$M_F = -D \cdot \varphi$$

D bezeichnet die Federkonstante (oder *Winkelrichtgröße*).

Moment durch Selbstinduktion Bewegt sich die Spule mit der Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}$, so wird nach dem Induktionsgesetz eine, der Ursache entgegengesetzte, Spannung U_S erzeugt:

$$U_S = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_A B da = -\frac{d}{dt} B n h b \varphi = -BA\dot{\varphi} = -G\dot{\varphi}$$

Bezeichnen wir mit R_i den inneren und mit R_a den äußeren Widerstand am Galvanometer, dann gilt

$$I_S = \frac{U_S}{R_a + R_i} = -\frac{G}{R_a + R_i} \dot{\varphi}$$

Und auch dieser Strom führt über die LORENTZkraft wieder zu einem Moment

$$M_S = -\frac{G^2}{R_a + R_i} \dot{\varphi}$$

Dieses Phänomen wird auch *Induktionsmoment* genannt. Auf Basis dieses Effekts funktionieren Wirbelstrombremsen, wie sie in Straßenbahnen, modernen Hybridautos und LKWs, aber auch im *Versuch 1 - Der Pohlsche Resonator* verwendet werden.

Luftwiderstand Dieser ist in erster Näherung proportional zur Winkelgeschwindigkeit und gegen sie gerichtet. Mit einem Reibungskoeffizienten ρ ergibt sich:

$$M_R = -\rho \dot{\varphi}$$

Trägheit der Spule Für den letzten wirksamen Term betrachten wir das Trägheitsmoment J der Spule:

$$M_T = -J\ddot{\varphi}$$

Mit der Drehimpulserhaltung gilt

$$\begin{aligned} 0 &= M_L + M_F + M_S + M_R + M_T \\ GI &= J\ddot{\varphi} + \left(\rho + \frac{G^2}{R_a + R_i} \right) \dot{\varphi} + D\varphi \\ \frac{G}{J}I &= \underbrace{\ddot{\varphi} + \left(\frac{\rho}{J} + \frac{G^2}{J(R_a + R_i)} \right) \dot{\varphi}}_{2r} + \underbrace{\frac{D}{J}}_{\omega_0^2} \varphi \end{aligned} \quad (1)$$

Es handelt sich hierbei um eine, um GI verschobene, Schwingungs-DGL. Wie bereits im *Protokoll 1: Der Pohlsche Resonator* beschrieben, hat diese 3 Lösungsfälle:

Schwache Dämpfung ($r < \omega_0$)

$$\varphi(t) = e^{-rt} (c_1 e^{i\omega t} + c_2 e^{-i\omega t}) + \frac{G}{J} I \quad (2)$$

mit $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - r^2}$. Setzen wir nun

$$\begin{aligned} \varphi(0) &= 0 \\ \dot{\varphi}(0) &= 0, \end{aligned}$$

so ergibt sich

$$\begin{aligned} 0 &= c_1 + c_2 + \frac{G}{J} I \\ 0 &= (i\omega - r)c_1 + (-i\omega - r)c_2 = -r(c_1 + c_2) + i\omega(c_1 - c_2) \\ \Rightarrow 0 &= r \frac{G}{J} I + i\omega(c_1 - c_2) \\ \Rightarrow (c_1 - c_2) &= -\frac{G}{J} I \cdot \frac{r}{i\omega} \\ \Rightarrow c_1 &= -\frac{G}{2J} I \left(1 + \frac{r}{i\omega}\right) \\ \Rightarrow c_2 &= -\frac{G}{2J} I \left(1 - \frac{r}{i\omega}\right) \\ \Rightarrow \text{mit Gl. 1: } \varphi(t) &= -\frac{G}{2J} I e^{-rt} \left(e^{i\omega t} + e^{-i\omega t} + \frac{r}{i\omega} (e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}) \right) + \frac{G}{J} I \\ \Rightarrow \varphi(t) &= -\frac{G}{J} I e^{-rt} \left(\cos(\omega t) + \frac{r}{\omega} \sin(\omega t) \right) + \frac{G}{J} I \end{aligned}$$

Aperiodischer Grenzfall ($r = \omega_0$) In diesem Fall betrachten wir einfach den Grenzwert $\lim_{\omega \rightarrow 0}$:

$$\begin{aligned} \varphi(t) &= -\frac{G}{J} I e^{-rt} \left(\lim_{\omega \rightarrow 0} \cos(\omega t) + \lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{r}{\omega} \sin(\omega t) \right) + \frac{G}{J} I \\ &= -\frac{G}{J} I e^{-rt} (1 + rt) + \frac{G}{J} I \end{aligned}$$

Starke Dämpfung ($r > \omega_0$) Wir setzen nun $\omega = \sqrt{r^2 - \omega_0^2}$. Dann ist die Lösung

$$\varphi(t) = e^{-rt} (c_1 e^{\omega t} + c_2 e^{-\omega t}) + \frac{G}{J} I.$$

Mit den gleichen Anfangsbedingungen wie oben erhalten wir völlig analog zu oben

$$\varphi(t) = -\frac{G}{J} I e^{-rt} \left(\cosh(\omega t) + \frac{r}{\omega} \sinh(\omega t) \right) + \frac{G}{J} I \quad (3)$$

In Abb. 2 sind alle 3 möglichen Fälle einmal geplottet. Es wurde nur das r variiert. Deutlich sichtbar ist, dass sich eine stabile Ruhelage zuerst im aperiodischen Grenzfall einstellt, folglich ist dies die technisch anstrebsame. Dies lässt sich am ehesten durch eine Anpassung des *äußeren Widerstandes* R_a erreichen:

$$\begin{aligned} r &= \frac{\rho}{2J} + \frac{G^2}{2J(R_a + R_i)} = \sqrt{\frac{D}{J}} = \omega_0 \\ \Rightarrow \frac{1}{R_a + R_i} &= \frac{\sqrt{4DJ} - \rho}{G^2} \\ \Rightarrow R_a &= \frac{G^2}{\sqrt{4DJ} - \rho} - R_i \end{aligned}$$

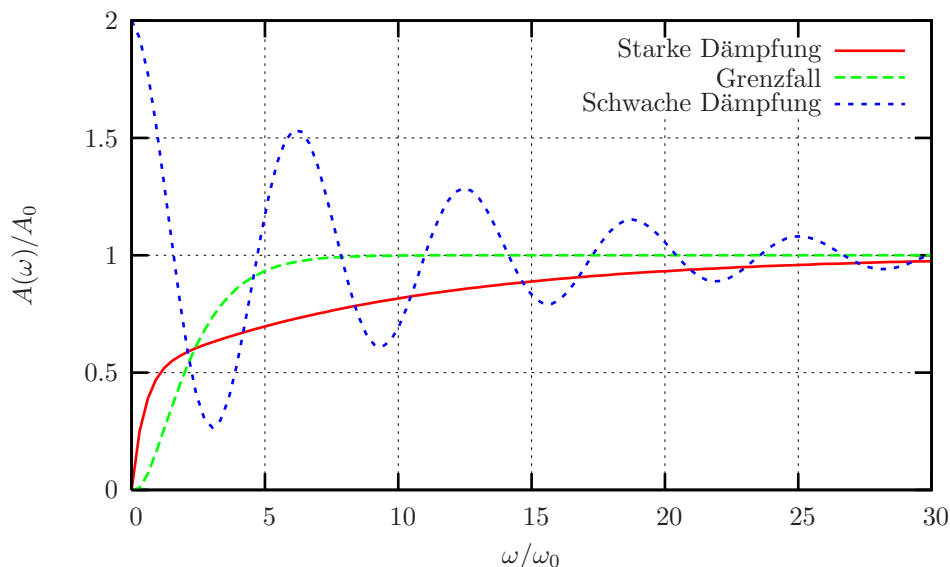


Abbildung 2: Beispielplot für die 3 möglichen Lösungen der DGL

Im Schwingfall ist R_a entsprechend größer als die Differenz, im Kriechfall kleiner. Der äußere Widerstand sollte also möglichst als Potentiometer realisiert werden, um sich der Schaltung anpassen zu können.

2.3 Empfindlichkeiten

Die Abhängigkeit zwischen zu messender Größe und Zeigerausschlag wird als Empfindlichkeit bezeichnet. Beim Galvanometer unterscheiden wir die *Stromempfindlichkeit*, die *Spannungsempfindlichkeit* sowie die *ballistische Empfindlichkeit*.

2.3.1 Stromempfindlichkeit

Diese wird für einen konstanten Strom I betrachtet, wodurch alle zeitabhängigen Terme der Bewegungsgleichung 1 entfallen:

$$\varphi = \frac{G}{D} I = C_i^\varphi I \quad (4)$$

2.3.2 Spannungsempfindlichkeit

Aus einem konstanten Strom ergibt sich über $U = RI = (R_i + R_a)I$ eine konstante Spannung und damit:

$$C_u^\varphi = \frac{C_i^\varphi}{R_i + R_a}. \quad (5)$$

2.3.3 Ballistische Stoßempfindlichkeit

Hierzu betrachten wir einen kurzen Stromstoß, so dass die zugehörige Auslenkung φ sehr klein, die Beschleunigung $\ddot{\varphi}$ dagegen recht groß ist. Damit reduziert sich die

Bewegungsgleichung auf den $\ddot{\varphi}$ -Term:

$$\begin{aligned}\frac{G}{J}I &= \ddot{\varphi} \\ \Rightarrow \frac{G}{J}Q &= \dot{\varphi}\end{aligned}$$

Dies ist zusammen mit $\varphi(0) = 0$ die Anfangsbedingung für die nun folgende Schwingung. Da, im Gegensatz zu oben, hier kein Strom I mehr anliegt, erhalten wir:

$$\begin{aligned}c_1 + c_2 &= 0 \\ c_1 - c_2 &= \frac{G}{i\omega J}Q \\ 2c_1 &= \frac{G}{i\omega J}Q \\ 2c_2 &= -\frac{G}{i\omega J}Q\end{aligned}$$

Und damit

$$\begin{aligned}\varphi(t) &= e^{-rt} \frac{G}{2i\omega J}Q (e^{i\omega t} - e^{-i\omega t}) \\ \varphi(t) &= e^{-rt} \frac{G}{\omega J}Q \sin(\omega t)\end{aligned}$$

Das erste und höchste Maximum liegt bei $t_{max} = \pi/2\omega$, was einem Ausschlag von

$$\varphi(t_{max}) = e^{-r\pi/2\omega} \cdot \frac{G}{\omega J}Q = C_b^\varphi Q \quad (6)$$

entspricht. Dies bietet schließlich die Möglichkeit die anfängliche Ladung Q zu bestimmen:

$$\Rightarrow Q = \varphi(t_{max}) e^{r\pi/2\omega} \cdot \frac{\omega J}{G}$$

Außerdem kann somit die gesuchte Empfindlichkeit bestimmt werden. Vernachlässigen wir die Dämpfung r , so bekommen wir

$$C_b^\varphi = \frac{G}{J\omega_0}$$

Zwischen der ballistischen und der Stromempfindlichkeit besteht ein interessanter Zusammenhang, da $\omega_0^2 = D/J$ ist:

$$\frac{C_b^\varphi}{\omega_0} = \frac{G}{J\omega_0^2} = \frac{G}{D} = C_i^\varphi \quad (7)$$

Dies kann auch mit dem *logarithmischen Dekrement* $\Lambda = rT = \ln(\varphi(t+T)/\varphi(t))$ ausgedrückt werden:

$$\varphi_{max} = \varphi(T/4) = \frac{G}{J\omega} Q e^{-\Lambda/4}$$

3 Durchführung

Um die Ausschläge φ des Galvanometers bestimmen zu können werden diese mit Hilfe eines Lasers und eines sich mit dem Galvanometer mitdrehenden Spiegels auf eine Skala projiziert. Zur späteren Auswertung wird der Abstand der Projektionsfläche r vom Spiegel notiert.

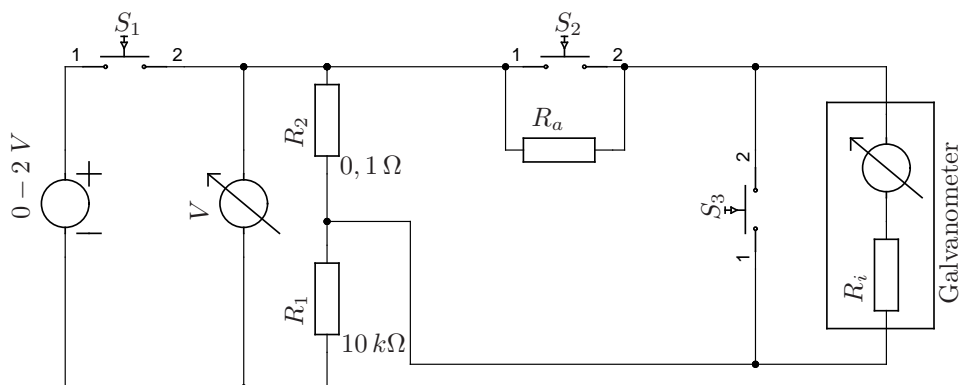


Abbildung 3: erster Versuchsaufbau

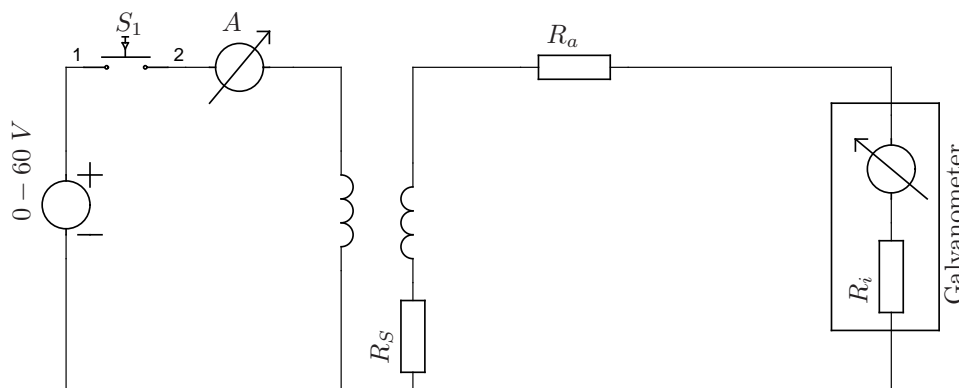


Abbildung 4: zweiter Versuchsaufbau

3.1 Messung mit konstanter Spannung

Das Galvanometer wird in die in Abb. 3 dargestellte Schaltung integriert. Dabei ist der Schalter S_1 geschlossen. S_2 und S_3 sind geöffnet. Die am Galvanometer anliegende Spannung beträgt so durch die Spannungsteilung zunächst etwa $2 \cdot 10^{-5} \text{ V}$:

$$2V \frac{R_2}{R_1} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ V} \quad (8)$$

Nun wird der Ausschlag des Galvanometers in Abhängigkeit des Vorwiderstands R_a gemessen. Dabei wird R_a zwischen 0Ω und 200Ω in 20Ω -Schritten variiert. Durch Umpolen der Spannungsquelle werden die Messungen mit dem entgegen gerichteten Ausschlag des Galvanometers wiederholt.

3.2 Schwingfall, Kriechfall und aperiodischer Grenzfall

Auch für diesen Versuchsteil wird die Schaltung aus Abb. 3 verwendet. Durch die bei geschlossenen Schaltern S_1 und S_2 am Galvanometer anliegende Spannung wird ein deutlicher Ausschlag des Galvanometers erzeugt. Somit ist zunächst R_a kurzgeschlossen. Dann werden S_1 und S_2 geöffnet und der Verlauf des Ausschlags wie nun beschrieben protokolliert. In Abhängigkeit von R_a ergeben sich die verschiedenen bereits im Theorieteil diskutierten Fälle:

Schwingfall Bei Widerständen R_a in der Größenordnung einiger Kiloohm beobachten wir den Schwingfall. Es werden die Auslenkungen und Zeiten der Um-

kehrpunkte der Schwingung notiert. Hieraus kann leicht die Schwingungsdauer bestimmt werden. Schließlich wird noch die Schwingungsdauer T_0 eines ungedämpften Galvanometers bestimmt. Hierzu wird die Zeit der Umkehrpunkte während S_2 geschlossen ist notiert. Wir beginnen die Messung mit großen Widerständen R_a und fahren mit kleineren fort.

Kriechfall Bei Widerständen R_a im Bereich von $0\ \Omega$ und $50\ \Omega$ stellt sich der Kriechfall ein. Hier wird der zeitliche Verlauf der Auslenkung durch mehrere Messpunkte protokolliert

Aperiodischer Grenzfall Durch die Variation des Widerstands R_a wird der ungefähre Wert dieses Widerstands beim aperiodischen Grenzfall bestimmt.

3.3 Ballistisches Galvanometer

Zur Untersuchung des ballistischen Galvanometers verwenden wir die in Abb. 4 dargestellte Schaltung. Mit Hilfe des Schalters S_1 werden im Primärkreis Stromstöße erzeugt. Durch den Transformator werden so auch Stromstöße im Sekundärkreis induziert. Es wird der Maximalausschlag des Galvanometers bei verschiedenen Widerständen R_a gemessen. Außerdem wird jeweils der konstante Strom im Primärkreis gemessen.

Für diese Messung werden auch die für die beiden Spulen des Transformators charakteristischen Daten notiert.

4 Auswertung

Der Abstand r zwischen der Skala und dem Spiegel am Galvanometer betrug bei unseren Messungen $r = 148(2)\text{cm}$. Somit können wir den Skalenabschnitt a in den Ausschlag φ des Galvanometers umrechnen:

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{a}{r}\right)$$

Der Fehler von φ ergibt sich so aus den Fehlern von a und r .

4.1 Messung mit konstanter Spannung

Zur Auswertung der Messreihe tragen wir $1/\varphi$ als Funktion von R_a auf (Abb. 5). Um den sich ergebenden Graphen zu analysieren, folgern wir aus Gl. 4 und Gl. 5:

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{C_i^\varphi U} R_a + \frac{R_i}{C_i^\varphi U}$$

Somit erwarten wir als Graphen eine Gerade und führen eine lineare Regression mit einer solchen durch:

$$\frac{1}{\varphi} = m R_a + b$$

Hierbei gehen die Fehler von φ und damit die von a und r ein und wir erhalten die Werte:

$$\begin{aligned} m &= 0.373(5)\Omega^{-1} \\ b &= 10.75(7) \end{aligned}$$

Hieraus können wir nun die Stromempfindlichkeit C_i^φ und den inneren Widerstand R_i des Galvanometers bestimmen:

$$\begin{aligned} C_i^\varphi &= \frac{1}{mU} \\ R_i &= \frac{b}{m} \end{aligned}$$

Wir erhalten so die Zahlenwerte:

$$\begin{aligned} C_i^\varphi &= 1.51(2)E5A^{-1} \\ R_i &= 28.8(5)\Omega \end{aligned} \quad (9)$$

4.2 Schwingfall

Für die Widerstände R_a aus dem Intervall 500Ω bis 3000Ω stellte sich der Schwingfall ein. Für jeden dieser Widerstände wurden die Mittelwerte der gemessenen Auslenkungen φ aus Tab. 1 halblogarithmisch gegen die Zeit t aufgetragen (Abb. 6). Da es sich bei den Messwerten um die Umkehrpunkte handelt und die Nullage aufgrund der großen Widerstände praktisch bei $\varphi = 0$ ist, liegen diese nach Gl. 2 auf einer Kurve der Form:

$$\varphi(t) = ke^{-rt}$$

Es ergibt sich:

$$\log(\varphi(t)) = -rt + \log k$$

Somit haben wir aus dem Graphen in Abb. 6 mittels linearer Regression die Steigung m der erwarteten Gerade bestimmt:

$$\log(\varphi(t)) = mt + b$$

Hierbei ging in die Regression lediglich der Fehler von φ ein. Aus der Steigung m kann nun r bestimmt werden:

$$r = -m$$

Bevor hieraus das logarithmische Dekrement Λ berechnet werden kann, müssen zunächst die Periodendauern T aus den Differenzen der Zeiten der notierten Umkehrpunkte berechnet werden. Hierbei wird für die Zeitmessungen ein Fehler $\sigma_t = 0.3\text{ s}$ angenommen. Nun kann Λ unter Berücksichtigung der Fehler von r und T für jeden Widerstand R_a bestimmt werden:

$$\Lambda = rT$$

Die Ergebnisse dieser Rechnung sind in Tab. 2 zusammengetragen.

Die Periodendauer der ungedämpften Schwingung, also bei unendlichem Widerstand, ergibt sich zu:

$$T_0 = 4.47(3)\text{ s} \quad (10)$$

Auch hier wurde bei der Zeitmessung ein Fehler von $\sigma_t = 0.3\text{ s}$ angenommen.

In einem weiteren Schritt werden nun die erhaltenen Dämpfungsgrößen r gegen $1/(R_a + R_i)$ aufgetragen (Abb. 7). Nach Gl. 1 gilt:

$$r = \frac{\rho}{2J} + \frac{G^2}{2J} \frac{1}{(R_a + R_i)} \quad (11)$$

Wir führen also erneut eine lineare Regression durch:

$$r = b + \frac{m}{(R_a + R_i)} \quad (12)$$

Bei der Regression gehen nur die Fehler von r ein. Wir erhalten:

$$\begin{aligned} m &= 226(7) \Omega s^{-1} \\ b &= 0.16(1) s^{-1} \end{aligned}$$

Mit Hilfe von Gl. 4 und der Relation $D/J = \omega_0^2$ (Gl. 1) ergibt sich:

$$G = \frac{mT_0^2}{C_i^\varphi 4\pi^2}$$

Dabei sind T_0 , m und C_i^φ fehlerbehaftet und wir erhalten den Zahlenwert:

$$G = 7.6(3) 10^{-4} Vs$$

Durch den Vergleich von Gl. 11 und Gl. 12 kommen wir nun zu einer Bestimmungsgleichung für das Trägheitsmoment J :

$$J = \frac{G^2}{2m}$$

Mit dem zuvor bestimmten Wert von G erhalten wir unter Berücksichtigung der Fehler von G und m :

$$J = 1.3(1) 10^{-9} kg m^2$$

Schließlich kann durch einen erneuten Vergleich von Gl. 11 und Gl. 12 auch der Reibungskoeffizient ρ ermittelt werden:

$$\rho = 2bJ$$

Mit den Fehlern von b und J folgt:

$$\rho = 4.16(5) 10^{-10} Nm s^{-1}$$

4.3 Kriechfall

Zur Analyse der Kriechfälle betrachten wir zunächst Gl. 3. Bei sehr starken Dämpfungen $r \gg \omega_0$ können wir nähern:

$$\omega^2 = r^2 - \omega_0^2 \approx r^2$$

Somit ist $r/\omega \approx 1$ und Gl. 3 geht bei gleichzeitiger Vernachlässigung des konstanten Terms über in:

$$\varphi(t) = -\frac{G}{J} I e^{-rt} \left(\frac{e^{\omega t} + e^{-\omega t}}{2} + \frac{r}{\omega} \frac{e^{\omega t} - e^{-\omega t}}{2} \right) \approx -\frac{G}{J} I e^{-(r-\omega)t} \quad (13)$$

Es folgt:

$$\log(\varphi(t)) = \log\left(-\frac{G}{J} I\right) + (\omega - r)t \quad (14)$$

Nun haben wir für die verschiedenen Messreihen φ halblogarithmisch gegen die Zeit t aufgetragen (Abb. 8) und eine lineare Regression mit einer Geraden der Form

$$\log(\varphi(t)) = b + mt$$

durchgeführt. Die erhaltenen Werte für die Steigung m sind in Tab. 3 aufgeführt. Wir identifizieren nun:

$$m = \omega - r$$

Mit der Relation $\omega = \sqrt{r^2 - \omega_0^2}$ können wir nun r bestimmen:

$$r = -\frac{\omega_o^2 + m^2}{2m}$$

Die Ergebnisse sind ebenfalls in Tab. 3 zusammengetragen. Für die Größe ω_o wurde der in Gl. 10 ermittelte Wert verwendet. Bei der Fehlerbetrachtung gingen die Fehler von m und ω_o ein.

An Hand der in Tab. 3 berechneten Dämpfungen r mussten wir leider feststellen, dass die erhaltenen Werte für die Widerstände $10 \Omega - 40 \Omega$ nicht stimmen. Der Grund hierfür ist ein Fehler während der Messung. An Stelle der oben genannten Widerstände wurden versehentlich Widerstände in der Größenordnung von $50 \Omega - 100 \Omega$ in die Schaltung eingebaut.

Aus diesem Grund verwenden wir für den folgenden Auswertungsschritt nur die Ergebnisse für 50Ω und 0Ω .

Für einen weiteren Auswertungsschritt nehmen wir nun an, dass die Dämpfung durch die Luft sehr gering ist und erhalten so aus Gl. 1:

$$r - r_{Luft} = \frac{G^2}{J(R_a + R_i)} \approx r$$

Somit folgt:

$$\frac{1}{r} = \frac{J}{G^2} R_a + \frac{J}{G^2} R_i$$

Wir tragen nun das Reziproke der eben bestimmten Dämpfungswerte $1/r$ aus Tab. 3 gegen R_a auf und führen eine Regression mit folgender Geraden durch:

$$\frac{1}{r} = m R_a + b$$

In die folgenden Werte gehen die Fehler von r ein:

$$\begin{aligned} m &= 0,0023 \text{ s } \Omega^{-1} \\ b &= 0,0817 \text{ s} \end{aligned}$$

Da diese Größen nur aus zwei Datenpunkten (50Ω und 0Ω) errechnet wurden, lieferte die Regression keine Fehlerwerte.

Hieraus bestimmen wir nun erneut den Innenwiderstand R_i :

$$R_i = \frac{b}{m}$$

Es ergibt sich der Zahlenwert:

$$R_i = 35,5 \Omega$$

4.4 Aperiodischer Grenzfall

Durch Probieren erhalten wir für den aperiodischen Grenzfall den Wert:

$$R_a = 323(2) \Omega$$

Dies war ungefähr der Wert, bei dem das Galvanometer im ersten Umkehrpunkt des zeitlichen Verlaufs der Auslenkungen zur Ruhe kam.

4.5 Ballistisches Galvanometer

Zunächst berechnen wir die während eines Stromstoßes im Sekundärkreis geflossene Ladung Q :

$$Q = \int I_2 dt = \frac{1}{R_a + R_i + R_s} \int U_2 dt$$

Hierbei ist U_2 die Spannung, die im Sekundärkreis induziert wird. Mit einer Sekundärspule mit N_2 Windungen folgt:

$$U_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt}$$

Nun betrachten wir den Fluss Φ :

$$\Phi = AB = 2\pi r_2^2 \frac{N_1 \mu_0 I}{2\pi l_1}$$

Hierbei ist r_2 der Radius der Sekundärspule. Weiter ist N_1 die Windungszahl der Primärspule, l_1 die Windungszahl dieser Spule und I der gemessene Stromfluss im Primärkreis.

Hiermit erhalten wir die Relation:

$$Q = \frac{1}{R_a + R_i + R_s} \int U_2 dt = \frac{N_1 N_2 \mu_0 I r_2^2}{(R_a + R_i + R_s) l_1}$$

Es ergaben sich folgende Messwerte:

$$\begin{aligned} N_1 &= 2800 \\ N_2 &= 400 \\ l_1 &= 1,000(2) \text{ m} \\ r_2 &= 0,026(2) \text{ m} \\ R_s &= 24,9 \Omega \end{aligned}$$

Der Abstand zwischen dem Galvanometer und der Projektionsfläche musste für diesen Versuchsteil verändert werden:

$$r = 99(2) \text{ cm}$$

Außerdem übernehmen wir aus der Auswertung der Messung mit konstanter Spannung den Wert des Innenwiderstands R_i :

$$R_i = 28,8(5) \Omega$$

Den durch die Messung der Kriechfälle gewonnenen Wert dieser Größe berücksichtigen wir, da die Qualität dieses Wertes unbekannt ist, nicht.

In Abb. 9 wurde nun φ_{max}/Q gegen R_a aufgetragen. Dabei wurde φ_{max} gemessen und Q gemäß der obigen Formel berechnet. Diese Daten sind außerdem in Tab. 4 zu finden.

Nach Gl. 6 wissen wir, dass für den Quotienten φ_{max}/Q gilt:

$$\frac{\varphi_{max}}{Q} = C_b^\varphi$$

Aus Abb. 9 schätzen wir nun für den Grenzübergang $R_a \rightarrow \infty$ einen Wert für C_b^φ :

$$C_b^\varphi = 470\,000(90\,000) C^{-1}$$

Alternativ verwenden wir zur Bestimmung von C_b^φ die Relation aus Gl. 7:

$$C_b^\varphi = \omega_0 C_i^\varphi$$

Dabei verwenden wir für ω_0 den sich aus Gl. 10 ergebenden Wert und für C_i^φ den Wert aus Gl. 9. Wir erhalten so:

$$C_b^\varphi = 212\,000(3\,200) C^{-1}$$

Schließlich können wir durch Gl. 6 C_b^φ ausdrücken als:

$$C_b^\varphi = e^{-r\pi/2\omega} \cdot \frac{G}{\omega J}$$

Hieraus zeigt sich, auch unter Berücksichtigung von ω , dass für große Dämpfungen r der Wert von C_b^φ sinken sollte.

5 Einordnung der Ergebnisse

Da die Vergleichswerte fehlen, können wir zum Ergebnis leider nicht viel sagen. Alle Werte haben plausible Größenordnungen und Fehler in einem tollerierbaren Bereich.

Das Ergebnis der Stromempfindlichkeitsmessung ist recht erfreulich, da der lineare Zusammenhang sehr deutlich wird. Für den Schwingfall fehlen eventuell eine oder zwei Messungen um das Ergebnis richtig einschätzen zu können - mit 3 Werten fittet es sich so schlecht. Dafür wäre aber beim besten Willen keine Zeit mehr gewesen.

Zur Auswertung der Kriechfälle ist zunächst anzumerken, dass die berechneten Werte möglicherweise sehr ungenau sind, da aufgrund eines Fehlers nur wenige Messwerte zur Auswertung herangezogen werden konnten. Trotz dieser Einschränkung liegt der berechnete Innenwiderstand R_i des Galvanometers in der Größenordnung des bereits zuvor bestimmten Wertes dieser Größe. Die Abweichung beträgt etwa 25%.

Die beiden zum ballistischen Galvanometer erhaltenen Empfindlichkeiten C_b^φ liegen ebenfalls in der gleichen Größenordnung und unterscheiden sich etwa um den Faktor zwei.

Ein Grund warum in diesem Versuch teilweise nur qualitative Ergebnisse erzielt werden konnten, liegt in den teils relativ kurzen Periodendauern der Schwingungen. Da die Aufnahme der Messdaten manuell erfolgte, war es so nur schwer möglich genaue Werte abzulesen. Wir haben scheinbar selbst durch die wiederholten Messungen und die groß gewählten Fehler immer noch einige Tolleranzen außer Acht gelassen.

A Tabellen und Grafiken

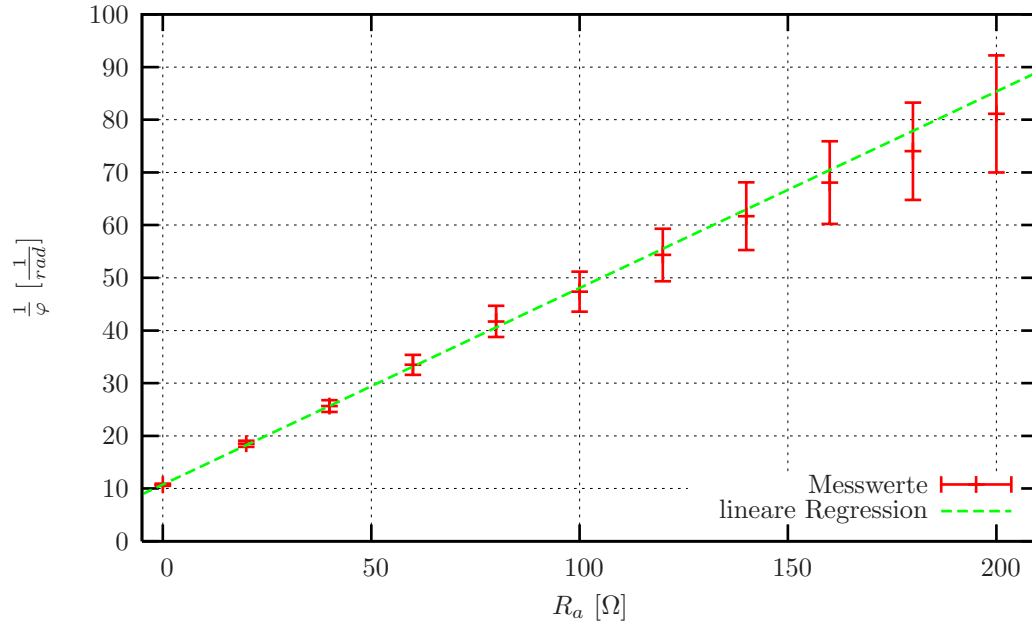


Abbildung 5: Plot und Fit der inversen Auslenkung gegen den äußeren Widerstand

| 500 Ω | | 2000 Ω | | 3000 Ω | |
|-----------|----------|-----------|----------|-----------|----------|
| a [cm] | t [s] | a [cm] | t [s] | a [cm] | t [s] |
| 24.75(35) | 0.00(22) | 26.00(35) | 0.00(22) | 25.25(35) | 0.00(22) |
| 18.00(35) | 2.45(22) | 14.00(35) | 2.35(22) | 3.75(35) | 3.05(22) |
| 9.00(35) | 4.55(22) | 6.25(35) | 4.60(22) | 0.95(35) | 5.50(22) |
| 7.25(35) | 6.95(22) | 4.10(35) | 6.90(22) | | |
| 2.75(35) | 9.05(22) | 2.00(35) | 9.15(22) | | |

Tabelle 1: Mittelwerte der Schwingungsmessungen

| R_a [Ω] | T [s] | m [s ⁻¹] | r [s ⁻¹] | Λ [] |
|-----------|---------|------------------------|------------------------|---------------|
| 500 | 5.5(2) | -0.59(2) | 0.59(2) | 3.2(2) |
| 2000 | 4.6(2) | -0.27(2) | 0.27(2) | 1.2(1) |
| 3000 | 4.5(2) | -0.25(4) | 0.25(4) | 1.1(2) |

Tabelle 2: Auswertung der Schwingfälle

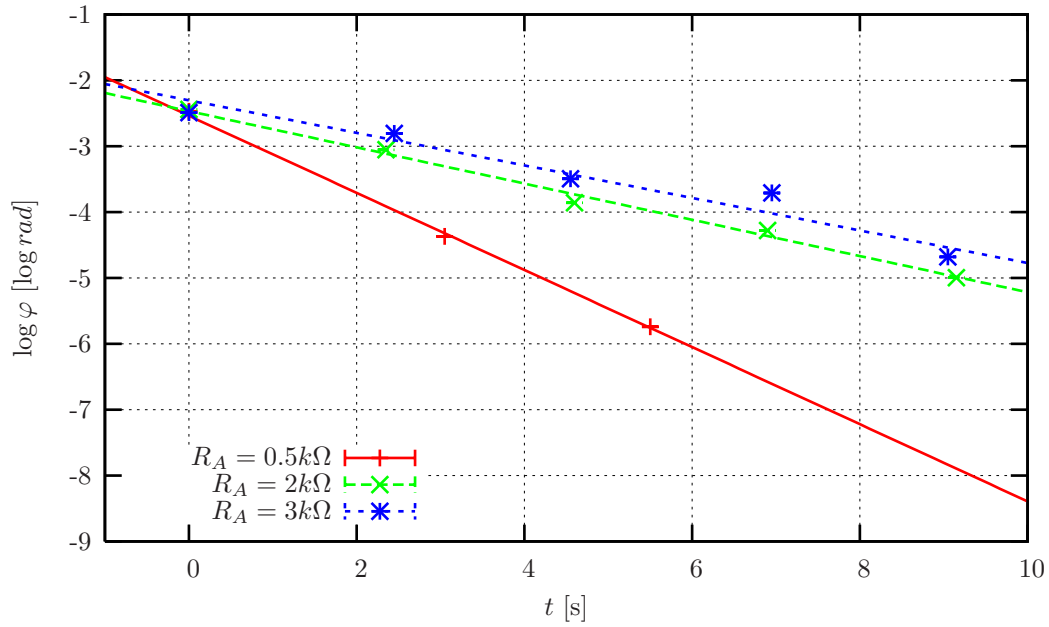


Abbildung 6: Auftragung der logarithmierten Amplituden gegen die Zeit

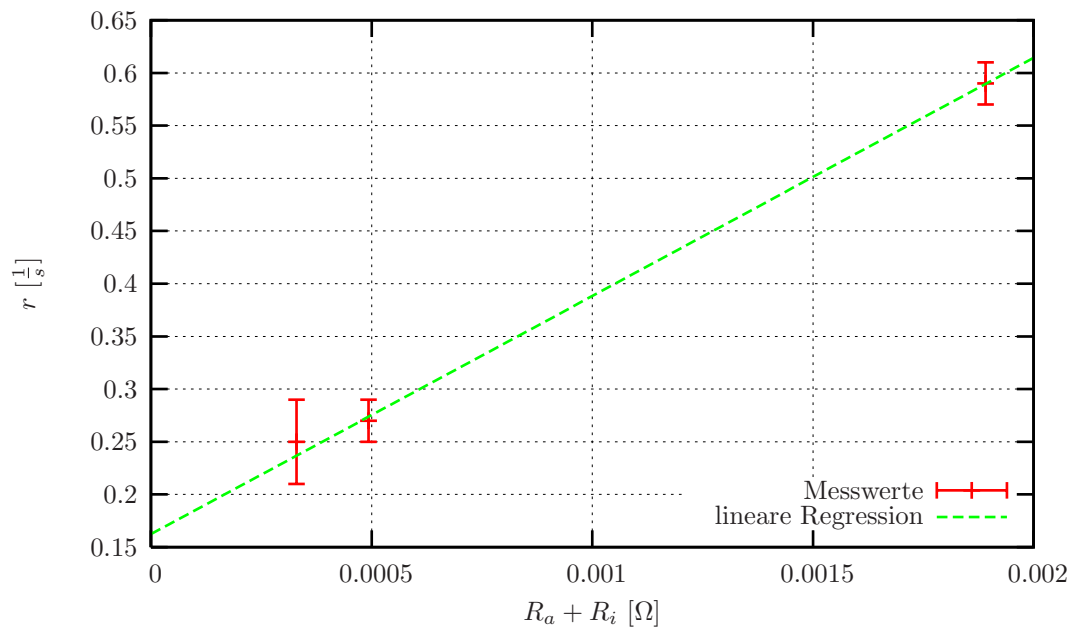


Abbildung 7: Plot und Fit der Dämpfungen gegen den wirksamen Widerstand

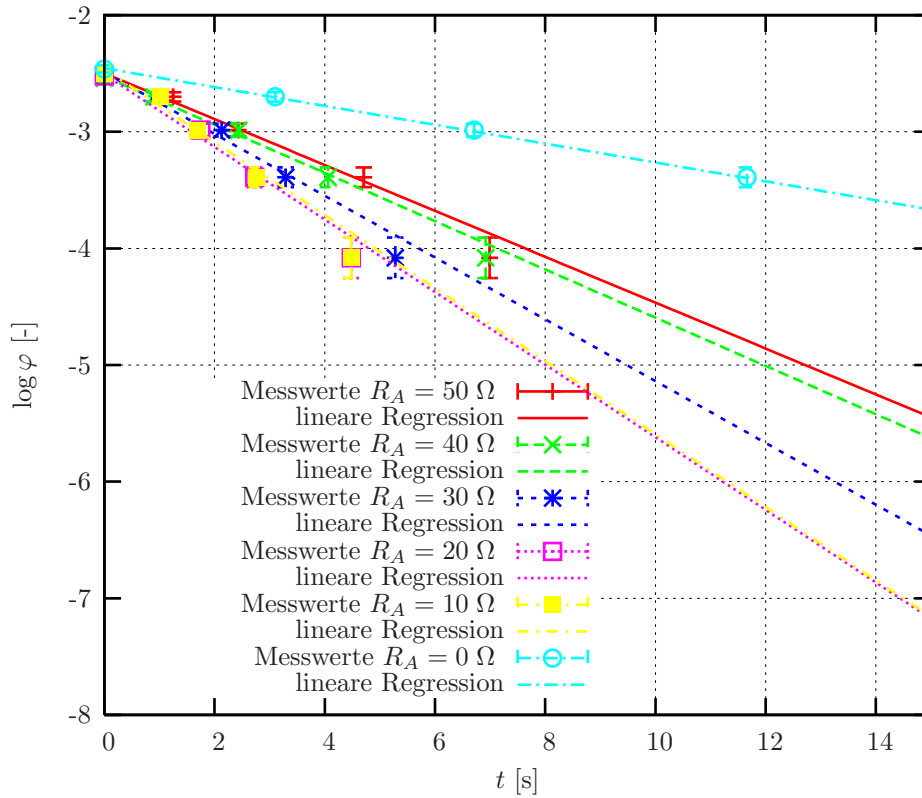


Abbildung 8: Verlauf verschiedener Kriechfälle

| $R_a [\Omega]$ | $m [s^{-1}]$ | $r [s^{-1}]$ |
|----------------|--------------|--------------|
| 50 | -0,20(2) | 5,0(5) |
| 40 | -0,21(1) | 4,8(2) |
| 30 | -0,27(2) | 3,7(3) |
| 20 | -0,31(3) | 3,3(3) |
| 10 | -0,31(4) | 3,3(4) |
| 0 | -0,080(2) | 12,2(3) |

Tabelle 3: Auswertung der Kriechfälle

| $R_a [\Omega]$ | $\varphi_{max}/Q [J^{-1}]$ |
|----------------|----------------------------|
| 1000 | 368000(8600) |
| 2000 | 430000(17000) |
| 3000 | 460000(26000) |
| 4000 | 460000(34000) |
| 5000 | 480000(43000) |
| 6000 | 470000(52000) |
| 7000 | 480000(61000) |
| 8000 | 470000(70000) |
| 9000 | 450000(79000) |
| 10000 | 500000(88000) |

Tabelle 4: Auswertung des ballistischen Galvanometers

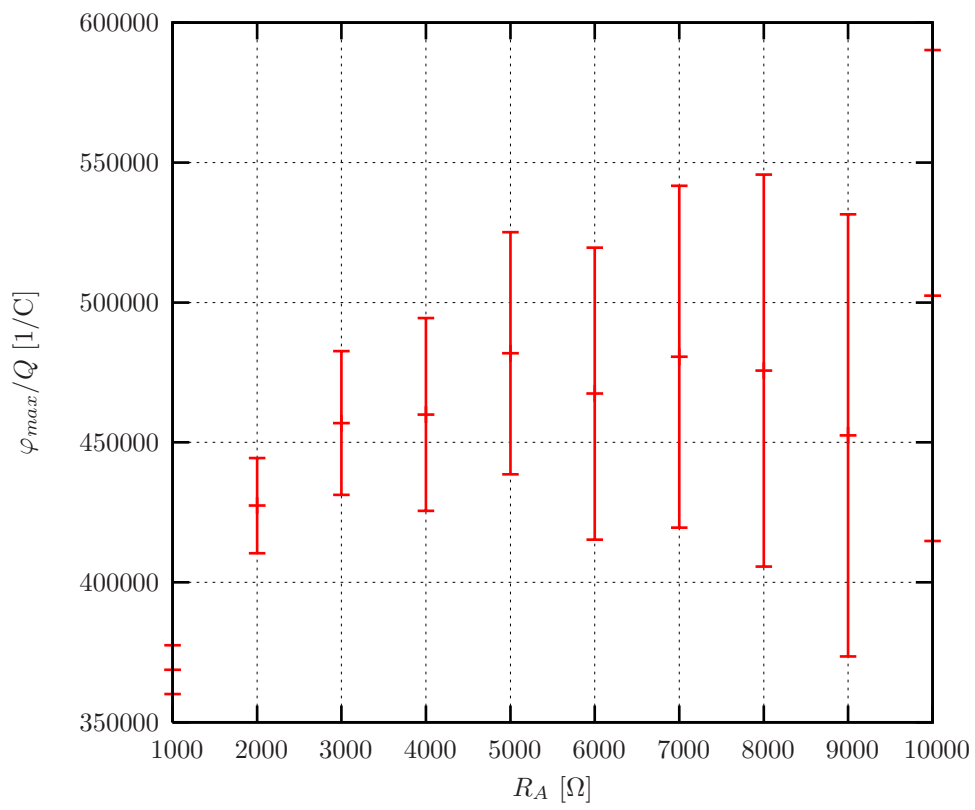


Abbildung 9: φ_{max}/Q aufgetragen gegen R_A

B Anmerkung zum Versuch

Scheinbar sind die jeweils ersten Versuche einer Serie zur Abschreckung gedacht. Anders können wir uns die krassen Fehlkonzeptionen von *1 - Der Pohlsche Resonator* und dem aktuellen Versuch nicht erklären. Es muss irgendetwas falsch sein, wenn wir, ohne Fehler- bzw. Zweitmessungen, 4h für diesen Versuch brauchen und fast noch aus dem Labor geschmissen werden.

Es ist recht schwierig Amplituden im 2 Sekundentakt sowohl in der Zeit, als auch als Ort zu messen. Beim Pohlschen Resonator gibt es für längere Periodendauern technische Unterstützung. Eine Dreiergruppe könnte es vielleicht auch noch *irgendwie* hinbekommen, aber zu zweit? Vielleicht sollte man den Versuch auch teilen und einen Teil auf einen der späteren, zum Beispiel 13 oder 20, auslagern, da auch die Auswertung überdurchschnittlich viel Zeit in Anspruch nahm.

So wie er ist, bietet er keinesfalls eine sinnvolle Einführung in das Galvanometer, da man keine Zeit hat mal an verschiedenen Parametern zu spielen und die Auswirkungen zu testen. Der Frustfaktor ist schlicht zu hoch.