

Physikalisches A-Praktikum

Versuch 13

Die spezifische Elementarladung $\frac{e}{m_e}$

Praktikanten: Nils Kanning
Steffen Klemer
Durchgeführt am: 27.09.2006
Gruppe: 6
Assistent: Boris Landgraf

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Einleitung | 4 |
| 2 | Theorie | 4 |
| 2.1 | Die Elektronenstrahlröhre | 4 |
| 2.1.1 | Kraftwirkung auf elektrisch geladene Teilchen im \vec{E} -Feld . . . | 5 |
| 2.1.2 | Braunsche Röhre | 5 |
| 2.2 | Bewegte Ladungen im Magnetfeld | 5 |
| 2.3 | Helmholtz Spulen | 6 |
| 2.4 | Versuchsaufbau | 7 |
| 3 | Durchführung | 7 |
| 4 | Auswertung | 7 |
| 4.1 | Bestimmung der spezifischer Elektronenladung | 7 |
| 4.2 | Berechnung des Magnetfeldes B der Spule | 9 |
| 5 | Einordnung der Ergebnisse | 9 |
| A | Tabellen und Grafiken | 10 |

1 Einleitung

In diesem Versuch wollen wir die spezifische Elektronenladung, also den Quotienten e/m_e , bestimmen. Dies ermöglicht zum Einen eine quantitative Vorhersage von vielen elektrotechnischen Phänomenen und zum Anderen kann damit, falls die Größe der Elementarladung, z.B. durch den MILLIKANVERSUCH, bekannt ist, die Masse eines Elektrons bestimmt werden.

Da es im Versuch Verwendung findet, werden wir außerdem recht detailliert auf das Elektronenstrahlrohr und seine Anwendungen eingehen.

2 Theorie

2.1 Die Elektronenstrahlröhre

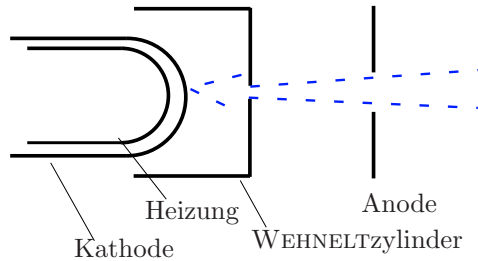


Abbildung 1: Schema einer Elektronenkanone

Sie besteht vereinfacht aus einer negativ geladenen Glühkathode, aus der durch Glühemission Elektronen austreten, sowie einer positiv geladenen Anode, die eine kreisförmige Öffnung besitzt. Schematisch ist der, meist in einer Argonumgebung installierte, Aufbau in Abb. 1 zu sehen. Durch den Potentialunterschied werden die ausgetretenen Elektronen zur Anode beschleunigt, wo einige von ihnen durch die Öffnung fliegen, um sich von dort mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit v zu bewegen. Diese kann berechnet werden, indem man die Energie des elektrischen Feldes bezüglich des Elektrons mit seiner kinetischen Energie gleichsetzt:

$$eU = \frac{1}{2}m_e v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}} \quad (1)$$

Hierbei bezeichnet U die Spannung zwischen den Elektroden, und $\frac{e}{m_e}$ die spezifische Elementarladung.

Da die Elektronen aufgrund ihrer allen gemeinsamen, negativen Ladung, sich gegenseitig abstoßen, würde der Strahl divergieren. Um das zu vermeiden, wird einerseits ein WEHNELTZylinder vor der Anode eingesetzt. Dies ist ein, ebenfalls negativ geladener Zylinder mit einem Loch in der Mitte. Dadurch werden Elektronen, die mittig hindurchlaufen gleichmäßig abgestoßen und bleiben auf ihrer Bahn, Elektronen am Rand dagegen werden abgelenkt und gelangen nicht durch die Öffnung in Richtung Anode. Durch eine Regelung der Spannung, kann somit auch die Anzahl an hindurchtretenden Elektronen (und damit später die Helligkeit auf dem Schirm) geregelt werden.

Hinter der, direkt im Anschluss an den Wehneltzylinder platzierten, Anode, würde der Strahl aber wieder divergieren. Nun macht man sich aber den Effekt der *Gasfokussierung* zu Nutze, wobei die Elektronen die Gasatome negativ ionisieren. Dadurch entsteht eine negativ geladene Röhre, die ein Auseinanderdriften des Strahls

verhindert. Die Atome gehen durch Stöße mit den Elektronen zum Teil auch in einen erhöhten Energiezustand über. Beim Zurückfallen in den Grundzustand senden sie Licht aus, welches als *Fadenstrahl* bekannt ist. Moderne Röhren sind aber evakuiert und es wird eine magnetische oder elektrische Linse zur Fokussierung eingesetzt.

Ein gerader, unbeweglicher Strahl ist wenig brauchbar, daher benötigt man eine Methode um ihn Abzulenken. Hierfür betrachten wir zuerst die

2.1.1 Kraftwirkung auf elektrisch geladene Teilchen im \vec{E} -Feld

Im elektrischen Feld \vec{E} wirkt auf eine Probeladung q eine Kraft

$$\vec{F} = \vec{E}q$$

Mit einem Kondensator, der ein homogenes \vec{E} -Feld erzeugt¹, können die Elektronenstrahlen innerhalb des Feldes folglich auf eine ballistische Parabelbahn gebracht werden. Dahinter bewegen sie sich geradlinig, gleichförmig weiter. Um eine Ablenkung in 2 Raumdimensionen zu erreichen, müssen nur 2, um 90° gedrehte, Plattenkondensatoren um den Strahlengang herum angeordnet werden. Je nach eingestellter Spannung und damit Feldstärke, kann genau ein Punkt mit dem Strahl getroffen werden.

2.1.2 Braunsche Röhre

Bringen wir die, in den vorherigen Abschnitten beschriebene, Anordnung mit einem Fluoreszenzschirm zusammen, der bei Elektronenbeschuss an der Eintrittsstelle leuchtet, so haben wir eine BRAUNsche Röhre. Diese bildet die Basis von Röhrenfernsehern und Oszilloskopen.

Beim Oszilloskop wird das zu messende Signal auf die Kondensatorplatten für die y-Ablenkung und eine Sägezahnspannung auf den x-Kondensator gegeben. Nun kann der zeitliche Verlauf des Signals betrachtet werden. Um ein Flimmern zu vermeiden und ein feststehendes Bild zu bekommen, muss die Sägezahnfrequenz fein regulierbar sein. Außerdem benutzt man einen Trick, die so genannte *Triggerung*, bei der der Sägezahn so lange am linken Rand verharrt, bis ein bestimmtes Ereignis, meist ein einstellbarer Spannungswert auf steigender oder fallender Flanke, eintritt.

Beim Fernseher hingegen wird, für schwarz-weiss Filme, ein Signal mit der Helligkeit eines Bildpunktes auf die Strahlenkanone gelegt und periodisch jeder Bildpunkt 24 mal pro Sekunde² angesprungen.

Eine komplettes Schema ist in Abb. 2 zu sehen.

2.2 Bewegte Ladungen im Magnetfeld

Der Elektronenstrahl kann auch mit einem Magnetfeld abgelenkt werden. Die hierbei wirkende Kraft wird LORENTZkraft genannt und berechnet sich zu

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}.$$

Betrachten wir eine Bewegung senkrecht zum homogenen Magnetfeld, vereinfacht sich dies. Aufgrund der Energieerhaltung ändert sich nur die Richtung, nicht aber

¹Siehe *Versuch 10: Die Potentialwaage*

²Bei der PAL-Norm; streng genommen werden auch nur 24 Halbbilder/s aktualisiert

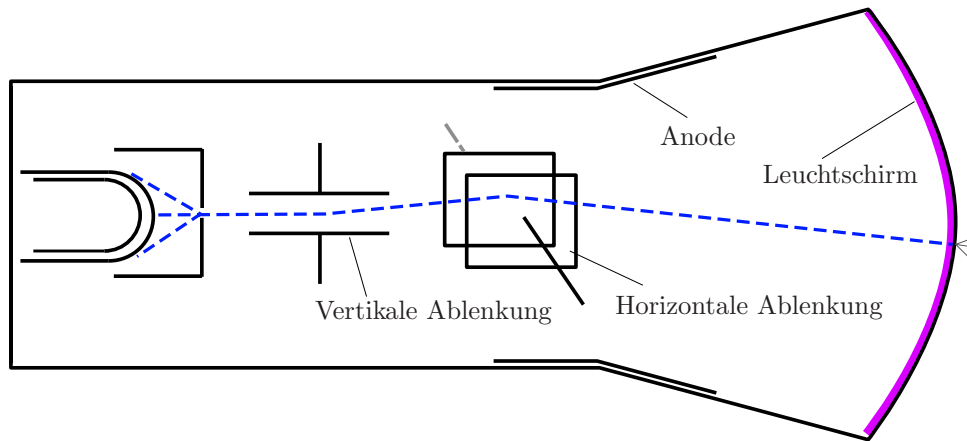


Abbildung 2: Schematische Darstellung der Braunschen Röhre

der Betrag der Geschwindigkeit und die Ladung vollführt eine Kreisbewegung. Liegt keine Orthogonalität vor, kann die Geschwindigkeit in einen Senkrecht- und einen Parallelanteil zerlegt werden und es ergibt sich eine Schraubenbahn. Für den Senkrechtanteil gilt somit:

$$\begin{aligned} F_r &= F_L \\ m \frac{v^2}{r} &= qvB \\ \frac{q}{m} &= \frac{v}{Br}. \end{aligned} \quad (2)$$

Mit bekanntem Radius r , bekannter Geschwindigkeit v und dem Magnetfeld B kann leicht die spezifische Elementarladung bestimmt werden.

Da die Geschwindigkeit v über Gl. 1 durch die Beschleunigungsspannung bekannt ist, benötigen wir nur noch eine Möglichkeit, ein homogenes Magnetfeld mit einer bekannten Flussdichte zu erzeugen. Dafür verwenden wir HELMHOLTZspulen.

2.3 Helmholtz Spulen

Dies sind 2 parallel angeordnete, identische Spulen im Abstand R , wobei R ihrem Radius entspricht. Werden sie von einem Strom I durchflossen, so herrscht im Inneren ein annähernd homogenes Magnetfeld³ der Stärke

$$B = \mu_0 \mu_r \frac{8}{\sqrt{125}} \cdot \frac{nI}{R}. \quad (3)$$

n bezeichnet die Anzahl an Windungen pro Spule, μ_r ihre relativen Permeabilitätszahlen. Die Homogenität gilt hierbei nur eingeschränkt, vor allem aber in der Mitte. Eine qualitative Darstellung der z -Komponenten des B -Feldes ist in Abb. 3 zu sehen.

³siehe Peter Schaaf, Das Physikalische Praktikum Kap. 13, Universitätsverlag Göttingen, 2006

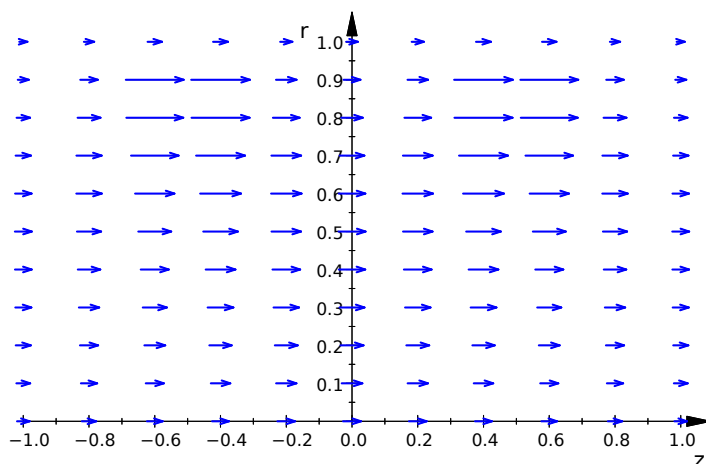


Abbildung 3: Betrag der z-Komponente des B-Feldes in einem Helmholtzspulenpaar mit dem Radius 1m

2.4 Versuchsaufbau

Setzen wir nun ein Elektronenstrahlrohr mittig zwischen die beiden Spulen, so ergibt sich eine Kreisbahn und mit Gleichung 1, 2 sowie 3 erhalten wir

$$\frac{e}{m} = \frac{125}{32} \frac{R^2 U}{(\mu_0 \mu_r n r I)^2} \quad (4)$$

3 Durchführung

Zunächst platzieren wir ein Elektronenstrahlrohr mittig zwischen den beiden Spulen einer HELMHOLTZspule. Die Röhre wird so ausgerichtet, dass die Austrittsgeschwindigkeit der Elektronen senkrecht zum magnetischen Feld in der Röhre ist. Dann wird die Heizspannung langsam von Null ausgehend erhöht. Glüht der Kathodenzylinder rot, so wird auch die Anodenspannung hochgeregelt. Gemessen werden nun jeweils die Anodenspannung U und der Spulenstrom I . Dabei darf der Spulenstrom 1 A nicht überschreiten. Außerdem wird der Durchmesser d des sich durch die Bahn der Elektronen ergebenden Kreises vermessen.

Zunächst werden nun nacheinander zwei Anodenspannungen U fest gewählt. Zu jeder dieser Spannungen wird der Durchmesser d in Abhängigkeit vom Anodenstrom I für möglichst viele Ströme gemessen. In weiteren Messreihen werden zwei Anodenströme I fest gewählt und d wird in Abhängigkeit von U gemessen.

Außerdem wird die Windungszahl n der Spulen und deren Radius R bestimmt.

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der spezifischer Elektronenladung

Aus den gemessenen Größen können wir nun mittels Gl. 4 die spezifische Elektronenladung berechnen. Dabei beziehen wir die Größen $r = d/2$, U und I in die

Fehlerbetrachtung ein. Die Fehler der Messgeräte sind dem Messprotokoll zu entnehmen. Die Radien haben wir folgendermaßen berechnet:

$$r = \frac{(d_1 + (d_2 - d_1)/2) + d_0}{2}$$

Aufgrund fehlender Tabellenwerte nehmen wir die Permeabilität des Argons in der Röhre als identisch mit der der Luft, also $\mu_r = 1$, an.

Der Radius der Spulen beträgt:

$$R = 0,122 \text{ m}$$

Die Windungszahl ist:

$$n = 200$$

Konstante Spannung Die Ergebnisse der Messungen mit konstanten Spannungen sind in Tab. 1 und Tab. 2 dargestellt. Für die Messungen mit 160 V erhalten wir das gewichtete Mittel:

$$\frac{e}{m} = 1,47(9) 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$$

Mit der Spannung 230 V ergibt sich:

$$\frac{e}{m} = 1,49(8) 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$$

Eine Mittelwertbildung über alle Werte ergibt:

$$\frac{e}{m} = 1,48(6) 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$$

Konstanter Strom Die Ergebnisse der Messungen mit konstantem Strom sind in Tab. 3 und Tab. 4 zu finden. Wie schon bei der Spannung berechnen wir zunächst für jede der beiden Stromstärken den Mittelwert. Für einen Strom von 0.85 A ergibt dies:

$$\frac{e}{m} = 1,46(7) 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$$

Bei 0.70 A ergibt sich:

$$\frac{e}{m} = 1,55(9) 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$$

Auch hier mitteln wir über alle Werte:

$$\frac{e}{m} = 1,49(6) 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$$

Graphische Darstellung Schließlich haben wir die berechneten Werte in Abb. 4 gegen den Radius r aufgetragen.

4.2 Berechnung des Magnetfeldes B der Spule

Für diesen Teil der Auswertung nehmen wir nun den Literaturwert⁴ $e/m = 1,7588196 \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$ an. Mit Hilfe von Gl. 1 und Gl. 2 können wir das Magnetfeld B bestimmen:

$$B = \frac{\sqrt{2U}}{r} \sqrt{\frac{m}{e}}$$

Wir verwenden die Werte $U = 230.0 \text{ V}$ und $r = 0.0520(5) \text{ m}$ aus der Messung mit konstantem Strom und erhalten hiermit:

$$B = 0.98(1) \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

Der Fehler rührt aus den zu Beginn der Auswertung betrachteten Fehlern der Spannungsmessung sowie dem Fehler von r .

Alternativ berechnen wir den Wert des Magnetfeldes nach der durch Gl. 3 gegebenen Formel unter Verwendung der gemessenen Stromstärke $I = 0.85 \text{ A}$. Wir erhalten so die theoretische Feldstärke:

$$B = 1.3(1) \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

5 Einordnung der Ergebnisse

Der Mittelwert der spezifischen Elektronenladung all unserer Messungen liegt bei:

$$\frac{e}{m} = 1,485(42) \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$$

Dieser Wert liegt in der Größenordnung des bereits erwähnten Literaturwert von $e/m = 1,7588196 \cdot 10^{11} \text{ C kg}^{-1}$. Da alle Messwerte in die gleiche Richtung abweichen, ist entweder der Literaturwert falsch, oder, was sehr viel wahrscheinlicher ist, unsere Messung mit einem systematischen Fehler behaftet. Der Plot zeigt, dass verschiedene Radien verschiedene Messwerte hervorbringen. Dies legt den Schluss nahe, dass eine pauschale Annahme eines homogenen Magnetfeldes mit Hilfe der in der Praktikumsanleitung gegebenen Näherungsformel sehr vage ist.

Aus Abb. 4 wird deutlich, dass e/m mit zunehmendem Radius r steigt und sich dem Literaturwert annähert. Dies widerspricht jedoch der Tatsache, dass das theoretisch berechnete Magnetfeld jenes in der Spulenmitte ist. Somit sollten die Messungen mit einem kleinen Radius genauer sein. Die genaue Ursache können wir mit den vorhandenen Daten leider nicht erklären.

⁴E. R. Cohen und B. N. Taylor: The 1986 CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants, J. Phys. Chem. Ref. Data, 17, 1795 – 1803 (1988)

A Tabellen und Grafiken

| $I [A]$ | $d_1 [mm]$ | $d_2 [mm]$ | $r [m]$ | $\sigma_r [m]$ | $e/m [C kg^{-1}]$ | $\sigma_{e/m} [C kg^{-1}]$ |
|---------|------------|------------|---------|----------------|-------------------|----------------------------|
| 0.5 | 151.5 | 155 | 0.06137 | 0.0005 | 1.56E+11 | 3.61E+10 |
| 0.6 | 131 | 135 | 0.05125 | 0.0005 | 1.56E+11 | 3.08E+10 |
| 0.7 | 120 | 116 | 0.04375 | 0.0005 | 1.57E+11 | 2.74E+10 |
| 0.75 | 111 | 114 | 0.041 | 0.0005 | 1.56E+11 | 2.57E+10 |
| 0.8 | 107.5 | 110 | 0.03913 | 0.0005 | 1.50E+11 | 2.36E+10 |
| 0.85 | 105.5 | 103 | 0.03687 | 0.0005 | 1.50E+11 | 2.25E+10 |
| 0.9 | 101 | 103 | 0.03575 | 0.0005 | 1.42E+11 | 2.04E+10 |
| 0.98 | 98.5 | 96.5 | 0.0335 | 0.0005 | 1.37E+11 | 1.84E+10 |

Tabelle 1: Messwerte bei konstanter Spannung $U = 160 V$

| $I [A]$ | $d_1 [mm]$ | $d_2 [mm]$ | $r [m]$ | $\sigma_r [m]$ | $e/m [C kg^{-1}]$ | $\sigma_{e/m} [C kg^{-1}]$ |
|---------|------------|------------|---------|----------------|-------------------|----------------------------|
| 0.6 | 150 | 155 | 0.061 | 0.0005 | 1.58E+11 | 3.12E+10 |
| 0.65 | 145 | 141 | 0.05625 | 0.0005 | 1.58E+11 | 2.93E+10 |
| 0.7 | 137.5 | 133.5 | 0.0525 | 0.0005 | 1.57E+11 | 2.73E+10 |
| 0.75 | 130.5 | 128 | 0.04938 | 0.0005 | 1.54E+11 | 2.54E+10 |
| 0.8 | 126 | 122 | 0.04675 | 0.0005 | 1.51E+11 | 2.37E+10 |
| 0.85 | 121 | 119 | 0.04475 | 0.0005 | 1.46E+11 | 2.18E+10 |
| 0.9 | 117 | 114 | 0.0425 | 0.0005 | 1.45E+11 | 2.07E+10 |
| 0.95 | 112 | 109 | 0.04 | 0.0005 | 1.47E+11 | 2.01E+10 |
| 0.98 | 110.5 | 108.5 | 0.0395 | 0.0005 | 1.41E+11 | 1.89E+10 |

Tabelle 2: Messwerte bei konstanter Spannung $U = 230 V$

| $U [V]$ | $d_1 [mm]$ | $d_2 [mm]$ | $r [m]$ | $\sigma_r [m]$ | $e/m [C kg^{-1}]$ | $\sigma_{e/m} [C kg^{-1}]$ |
|---------|------------|------------|----------|----------------|-------------------|----------------------------|
| 110.3 | 93.0 | 95.5 | 0.031875 | 0.0005 | 1.38E+11 | 2.17E+10 |
| 119.9 | 96.0 | 98.0 | 0.03325 | 0.0005 | 1.38E+11 | 2.17E+10 |
| 129.5 | 97.5 | 99.5 | 0.034 | 0.0005 | 1.43E+11 | 2.23E+10 |
| 139.7 | 100.0 | 102.0 | 0.03525 | 0.0005 | 1.43E+11 | 2.24E+10 |
| 150.7 | 101.5 | 104.5 | 0.03625 | 0.0005 | 1.46E+11 | 2.28E+10 |
| 160.1 | 103.5 | 107.0 | 0.037375 | 0.0005 | 1.46E+11 | 2.28E+10 |
| 169.7 | 105.0 | 108.5 | 0.038125 | 0.0005 | 1.49E+11 | 2.32E+10 |
| 179.4 | 107.0 | 110.0 | 0.039 | 0.0005 | 1.50E+11 | 2.34E+10 |
| 200.4 | 111.5 | 114.0 | 0.041125 | 0.0005 | 1.51E+11 | 2.35E+10 |
| 221.4 | 115.0 | 118.5 | 0.043125 | 0.0005 | 1.52E+11 | 2.36E+10 |
| 241.5 | 119.0 | 121.5 | 0.044875 | 0.0005 | 1.53E+11 | 2.37E+10 |

Tabelle 3: Messwerte bei konstantem Spulenstrom $I = 0.85 A$

| $U [V]$ | $d_1 [mm]$ | $d_2 [mm]$ | $r [m]$ | $\sigma_r [m]$ | $e/m [C kg^{-1}]$ | $\sigma_{e/m} [C kg^{-1}]$ |
|---------|------------|------------|----------|----------------|-------------------|----------------------------|
| 110.0 | 106.0 | 104.0 | 0.03725 | 0.0005 | 1.49E+11 | 2.70E+10 |
| 125.0 | 110.5 | 108.5 | 0.0395 | 0.0005 | 1.50E+11 | 2.72E+10 |
| 139.6 | 114.0 | 111.5 | 0.041125 | 0.0005 | 1.55E+11 | 2.80E+10 |
| 154.7 | 116.5 | 118.5 | 0.0435 | 0.0005 | 1.54E+11 | 2.77E+10 |
| 170.0 | 122.5 | 120.0 | 0.045375 | 0.0005 | 1.55E+11 | 2.80E+10 |
| 184.6 | 126.0 | 123.0 | 0.047 | 0.0005 | 1.57E+11 | 2.83E+10 |
| 199.7 | 129.5 | 126.5 | 0.04875 | 0.0005 | 1.58E+11 | 2.84E+10 |
| 215.0 | 133.5 | 130.0 | 0.050625 | 0.0005 | 1.58E+11 | 2.84E+10 |
| 230.0 | 137.0 | 132.0 | 0.052 | 0.0005 | 1.60E+11 | 2.88E+10 |
| 242.3 | 141.5 | 135.5 | 0.054 | 0.0005 | 1.56E+11 | 2.81E+10 |

Tabelle 4: Messwerte bei konstantem Spulenstrom $I = 0.70 A$

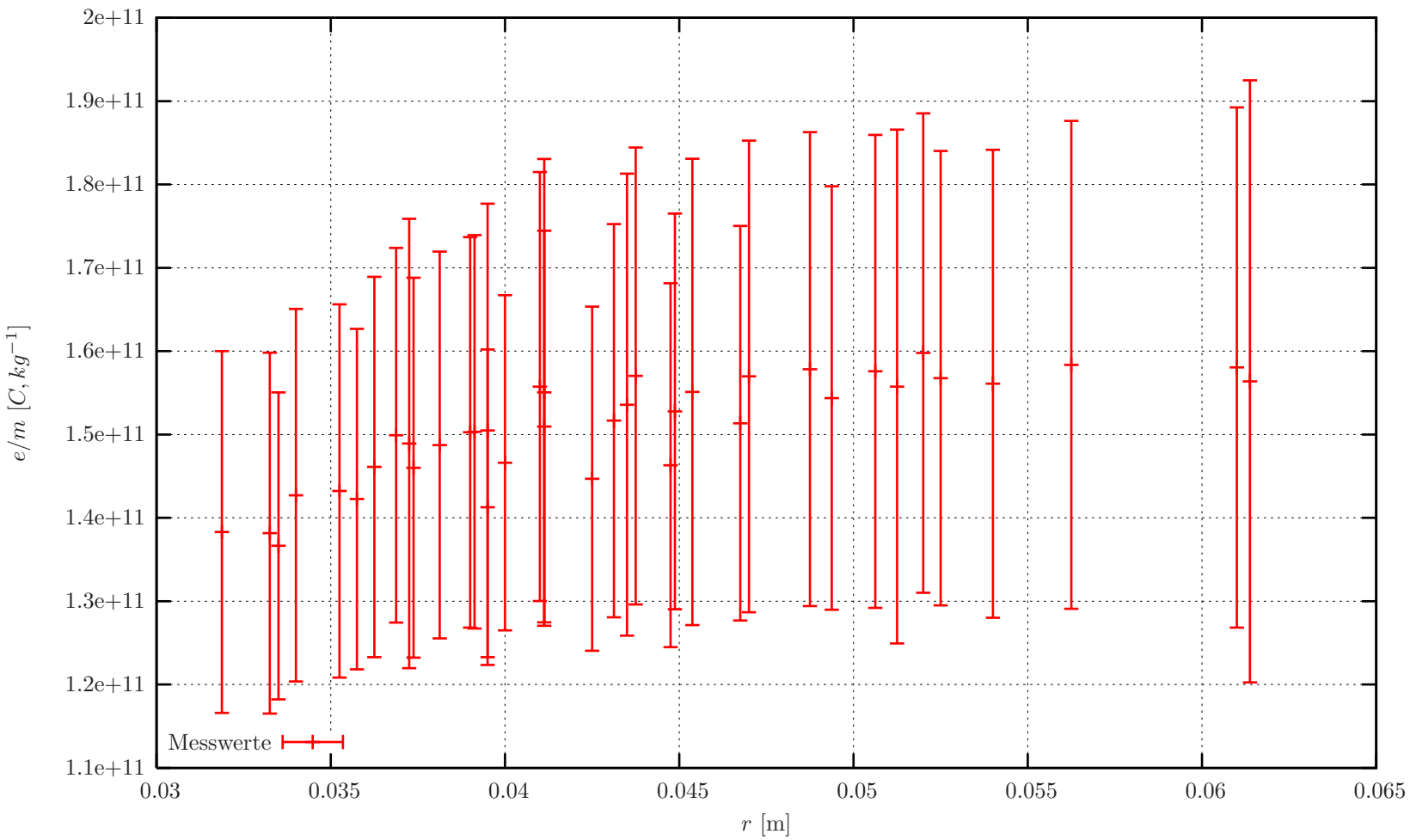


Abbildung 4: Ermittelte spezifische Elementarladungen bei den verschiedenen gemessenen Radien