

Physikalisches A-Praktikum

Versuch 1

Der Pohlsche Resonator

Praktikanten: Nils Kanning
Steffen Klemer

Durchgeführt am: 01.06.2006

Gruppe: 12

Assistent : Marcel Bliem

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Theorie	2
2.1	Der ungedämpfte Oszillator	2
2.2	Der gedämpfte Oszillator	2
2.3	Erzwungene Schwingung	4
2.3.1	Das Maximum der Amplitude	5
2.3.2	Methode zur Bestimmung des logarithmischen Dekrements	5
2.4	Wirbelstrombremse	5
3	Durchführung	6
3.1	Freie Schwingung	6
3.2	Erzwungene Schwingung	6
4	Auswertung	6
4.1	Freie Schwingung	6
4.1.1	Abklingkurven	7
4.1.2	Schwingungsfrequenz	7
4.1.3	Eigenfrequenz des ungedämpften Systems	7
4.2	Erzwungene Schwingung	8
4.2.1	Resonanzkurve	8
4.2.2	Logarithmisches Dekrement	8
4.2.3	Resonanzfrequenz	9
4.2.4	Phasenverschiebung	9
5	Einordnung der Ergebnisse	10
A	Tabellen und Grafiken	12
B	Anmerkungen zum Versuch	15

1 Einleitung

Schwingungen gehören zu den grundlegendsten Phänomenen der Physik. Mit ihnen können viele Festkörpereigenschaften modelliert werden. Sie sind in vielen Experimenten ein wertvolles Hilfsmittel, beeinflussen wichtige Werkstoffparameter der Industrie und müssen von jedem Architekten beherrscht werden. Wegen falsch eingeschätzten schwingungsfähigen Systemen sind bereits Brücken eingestürzt und Querträger gebrochen. Deshalb sollte es eine Möglichkeit geben, Schwingungen auf der einfachsten Ebene mit einstellbaren Parametern zu untersuchen. Genau dies bietet der Versuch des POHLSchen Resonators, benannt nach seinem Erfinder, dem ehemaligen Göttinger Physikprofessor Robert Wichard Pohl.

2 Theorie

Der POHLSche Resonator besteht im wesentlichen aus einer Schwungscheibe mit einer Rückstellfeder, einer Wirbelstrombremse und einem Schrittmotor, der als Erreger dient.

2.1 Der ungedämpfte Oszillator

Betrachten wir einen Fall, in dem eine massive Scheibe drehbar gelagert und mit einer Spiralfeder verbunden ist. Lenken wir die Scheibe nun aus, so erzeugt die Feder ein rücktreibendes Moment, das umso größer ist, je größer die Auslenkung ist. Setzen wir für das Drehmoment der Scheibe noch die Definition des Trägheitsmomentes $M = J \cdot \ddot{\varphi}$ ein, so finden wir die Gleichung für den ungedämpften Oszillator:

$$\begin{aligned} J \cdot \ddot{\varphi} &= -D \cdot \varphi \\ 0 &= J \cdot \ddot{\varphi} + D \cdot \varphi \\ 0 &= \ddot{\varphi} + \frac{D}{J} \varphi \end{aligned}$$

Dies ist eine homogene Differentialgleichung 2. Ordnung. Diese lösen wir aber nicht gleich, sondern verallgemeinern sie noch ein bisschen. Dies führt uns direkt zum gedämpften Fall:

2.2 Der gedämpfte Oszillator

Hierbei betrachten wir weiterhin das Rad von eben, nehmen aber an, dass es (etwas weniger weltfremd) *nicht* reibungsfrei gelagert ist. Reibungskräfte sind im allgemeinen proportional zur Geschwindigkeit und gegen die Bewegung gerichtet. Dies bringt uns zur allgemeinen Form einer frei schwingfähigen Anordnung:

$$0 = \ddot{\varphi} + \frac{R}{J} \dot{\varphi} + \frac{D}{J} \varphi \quad (1)$$

Dabei ist R eine Konstante, die die Reibung charakterisiert. Um diese DGL zu lösen, bedienen wir uns einfach eines Exponentialansatzes und definieren

$$\varphi := c \cdot e^{at}$$

Setzen wir dies in Gl. 1 ein und ersetzen $R/J = 2r$ und $D/J = \omega_0^2$, so ergibt sich

$$0 = a^2 + 2ra + \omega_0^2$$

Eingesetzt in die Lösungsformel bekommen wir

$$a_{1,2} = -r \pm \sqrt{r^2 - \omega_0^2} \quad (2)$$

Hierbei müssen wir nun 3 Fälle unterscheiden, da der Wurzelterm reell, komplex oder genau 0 sein kann.

Schwache Dämpfung ($r < \omega_0$) Setzen wir hier $\omega_0^2 - r^2 = \omega^2$, so löst sich

$$a_{1,2} = -r \pm i\omega \text{ und damit} \quad (3)$$

$$\varphi(t) = e^{-rt} (c_1 e^{i\omega t} + c_2 e^{-i\omega t}) \quad (4)$$

$$= A e^{-rt} \cos(\omega t + \varphi) \quad (5)$$

Die zweite Gleichung ist äquivalent zur ersten und ergibt sich durch eine geschickte Wahl der beiden Konstanten. Dadurch fällt aber deutlich der Verlauf der Schwingung auf. Wir haben eine periodische Funktion, deren Änderung von der Eigenfrequenz ω_0 des Systems und dem Reibungswert abhängt. Hierbei ist die Frequenz also kleiner als die Eigenfrequenz. Außerdem gibt es einen exponentiellen Vorfaktor, der die Amplitude der Funktionswerte mit zunehmender Zeit unterdrückt. Zwei aufeinanderfolgende Amplituden stehen zueinander im Verhältnis e^{-rT} , wobei T die Periodendauer $T = 2\pi/\omega$ ist. Damit können wir das *logarithmische Dekrement* Λ definieren:

$$\ln \left(\frac{\varphi(t)}{\varphi(t+T)} \right) = r \cdot T = \Lambda \quad (6)$$

Aperiodischer Grenzfall ($r = \omega_0$) Der Wurzelterm verschwindet für $r = \omega_0$. Es ist also

$$a_1 = a_2 = -r.$$

Eine DGL zweiter Ordnung besitzt aber immer 2 freie Integrationskonstanten. Mit ein wenig Rategeschick, bekommt man schnell eine 2. Lösung

$$\varphi(t) = ct \cdot e^{-rt}$$

Daraus folgt dann die allgemeine Lösung für diesen Fall:

$$\varphi(t) = (c_1 t + c_2) e^{-rt}$$

Das System schwingt also nur ganz kurz an, hat ein Maximum und fällt schließlich exponentiell ab.

Starke Dämpfung ($r > \omega_0$) In diesem Fall gibt es zwei rein reelle Lösungen des Ausdrucks, die zu

$$\varphi(t) = e^{-rt} (c_1 e^{bt} - c_2 e^{-bt})$$

führen. Hierbei ist $b = \sqrt{r^2 - \omega_0^2}$. Wie schon im Grenzfall, so gibt es auch hierbei keine Periodizität mehr. Nach einer kurzen Auslenkung kriecht sie langsam gegen Null.

2.3 Erzwungene Schwingung

Überlassen wir die Scheibe nun nicht sich selbst, sondern regen sie periodisch an, lassen also ein zyklisches Moment auf sie wirken, so erweitert sich unsere DGL um einen konstanten Term:

$$F \cos(\omega t) = \ddot{\varphi} + \frac{R}{J} \dot{\varphi} + \frac{D}{J} \varphi \quad (7)$$

F charakterisiert hierbei das anregende Moment mit einer Periodizität von ω . Dies ist durch den konstanten \cos -Term eine inhomogene DGL. Die Lösung finden wir erneut mit einem Exponentialansatz. Hierzu betrachten wir die Schwingungsgleichung im Komplexen und machen uns zunutze, dass wir hier eine in z lineare Gleichung haben und sowohl Real- als auch Imaginärteil Lösung der Gleichung sind. Dadurch bekommen wir auf Anhieb 2 freie Integrationskonstanten:

$$\ddot{z} + 2r\dot{z} + \omega_0^2 z = F \cdot e^{i\omega t} \quad (8)$$

z und seine Ableitungen sind dabei komplexe Zahlen $z = \xi + iv$. Nahe liegender Weise sollte das System nun mit der gleichen Frequenz ω schwingen, mit der es angeregt wird. Als Lösungsansatz ergibt sich dadurch

$$z = A \cdot e^{i\omega t}$$

und nach dem Einsetzen in (8) bekommen wir

$$\begin{aligned} A &= \frac{F \cdot (\omega_0^2 - \omega^2 - 2ir\omega)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2r\omega)^2} \\ &= a + ib = |A| \cdot e^{i\alpha} \end{aligned} \quad (9)$$

Durch Umsortieren können wir den Real- und Imaginärteil von A trennen und bekommen so die **Phasenverschiebung** α :

$$\tan \alpha = \frac{b}{a} = -\frac{2r\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (10)$$

Sie sollte also mit abnehmender Dämpfung r einen steileren Übergang im α - ω -Diagramm zeigen.

Und die reelle **Amplitude** der Schwingung ist schließlich:

$$\begin{aligned} |A| &= \sqrt{a^2 + b^2} \\ |A| &= \frac{F}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2r\omega)^2}} \end{aligned} \quad (11)$$

Die Gl. 9 kann mit diesen beiden Werten etwas anschaulicher geschrieben werden als

$$\varphi(t) = \frac{F}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2r\omega)^2}} \cdot \cos \left(\omega t - \arctan \left(\frac{2r\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right) \right), \quad (12)$$

wobei φ wieder die aktuelle Auslenkung unseres Rades angibt. Hierbei ist zu beachten, dass, wollte man alle Lösungen bestimmen, hier noch die Lösung der homogenen DGL aufaddiert werden müsste. Wie in Gl. 1 gesehen, sind diese aber alle exponentiell abfallend und zeigen somit für große Zeiten das gleiche Verhalten. Betrachten wir unser Rad also nach dem sogenannten *Einschwingvorgang*, so ist dies die korrekte Beschreibung.

2.3.1 Das Maximum der Amplitude

Das Maximum der Amplitude folgt direkt aus Gl. 11. Da F konstant ist, muss nur der Nenner betrachtet werden und $|A|$ ist maximal, wenn dieser minimal ist. Daher leiten wir ihn einfach nach ω ab und bekommen ein Minimum bei

$$\omega = \omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2r^2}. \quad (13)$$

Diese spezielle Frequenz heißt *Resonanzfrequenz* und es ist ersichtlich, dass im Fall ohne Dämpfung r die Amplitude ins Unendliche steigen würde.

2.3.2 Methode zur Bestimmung des logarithmischen Dekrements

Zur Bestimmung des logarithmischen Dekrements Λ kann die Amplitude der erzwungenen Schwingung (Gl. 11) verwendet werden. Wir schreiben nun an Stelle von $|A|$ einfach A .

Für die Amplitude bei der Resonanzfrequenz A_r erhalten wir mit Gl. 11, der Relation $\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2r^2}$ (Gl. 13) und der Eigenfrequenz des gedämpften Oszillators $\omega_e = \sqrt{\omega_0^2 - r^2}$ nach elementaren Umformungen:

$$A_r = \frac{K}{4r\omega_e}$$

Es ergibt sich für das Verhältnis einer beliebigen Amplitude A zu A_r (Gl. 11):

$$\frac{A(\omega)^2}{A_r^2} = \frac{4r^2\omega_e^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4r^2\omega^2}$$

Nun suchen wir die Frequenz ω bei der das Quadrat der Amplitude $A(\omega)^2$ verglichen mit dem Quadrat der Resonanzamplitude A_r^2 um die Hälfte gesunken ist:

$$\frac{A(\omega)^2}{A_r^2} = \frac{1}{2}$$

Hieraus ergibt sich die gesuchte Frequenz ω zu:

$$\omega^2 = \omega_r^2 \pm 2r\omega_e$$

Im Folgenden sei nun $d = 2r\omega_e$. Mit $\Lambda = rT_e$ erhalten wir so eine Bestimmungsgleichung für das logarithmische Dekrement:

$$\Lambda = \frac{\pi d}{\omega_e^2}$$

2.4 Wirbelstrombremse

Um ein zuverlässig von der Winkelschwindigkeit abhängiges, dämpfendes Moment zu bekommen, benutzen wir eine Wirbelstrombremse. Es wird hierbei um die metallische Scheibe ein Magnetfeld angelegt. Durch die Bewegung der Platte in diesem Magnetfeld entstehen lokale Wirbelströme, die selbst wieder eine Spannung induzieren. Dadurch entsteht ein, dem ursprünglichen entgegengerichtetes, neues Magnetfeld. Die hierbei auftretende Kraftwirkung ist, auch wegen der LENZschen Regel, immer ihrer Ursache, hier der Bewegung der Scheibe, entgegen gesetzt. Die wichtige Eigenschaft in unserem Versuch ist aber die lineare Abhängigkeit dieser Kraft von der Geschwindigkeit.

3 Durchführung

Der Versuchsaufbau besteht aus einer Schwungscheibe, welche in einer, zur Scheibe senkrechten, horizontalen Schwerpunktsachse gelagert ist. Diese Scheibe ist mit einer Rückstellfeder gekoppelt. Außerdem steht ein Schrittmotor zur Verfügung. Durch diesen kann über einen Exzenter ein periodisches äußeres Drehmoment auf die Scheibe erzeugt werden.

Die Dämpfung der Schwingung wird durch eine Wirbelstrombremse realisiert. Diese besteht aus einem zur Scheibe senkrechten, homogenen Magnetfeld. Dieses kann so verschoben werden, dass ein einstellbarer äußerer Rand der Scheibe stets das Magnetfeld durchquert. Im Folgenden wird bei Dämpfungsangaben die Stärke dieses Rands (0 mm , 4 mm , 8 mm oder 10 mm) erwähnt.

Die Messungen werden computergesteuert durchgeführt. Dabei werden automatisch die Zeit, Elongation und die Winkelgeschwindigkeit des Exzenters protokolliert.

3.1 Freie Schwingung

Zunächst werden für alle vier Dämpfungen Messungen ohne äußeres Drehmoment durchgeführt. Dazu wird die Scheibe um jeweils 120° ausgelenkt.

3.2 Erzwungene Schwingung

Nun werden Messungen mit einem erzwungenen Drehmoment ausgeführt. Die Frequenz des Schrittmotors wird zwischen 100 mHz und 600 mHz variiert. Bevor die jeweilige Messung gestartet wird, wird der Einschwingvorgang abgewartet. Insbesondere in der Nähe der Resonanzfrequenz werden mehrere Messungen durchgeführt. Die Einordnung der aktuellen Frequenz im Vergleich zur Resonanzfrequenz erfolgt dabei auf Grund der Ergebnisse der bereits ausgeführten Messungen. Im Falle einer einsetzenden Resonanzkatastrophe wird die Messung abgebrochen. Um mehr Messungen durchführen zu können, haben wir während des Einschwingvorganges die Scheibe etwas gebremst und so die, aus der Schwebung resultierenden, Maxima abgefangen. Nach dem Einschwingvorgang, vor der Messung, wurde die Bremse wieder entfernt und das endgültige Einschwingen abgewartet.

Auch dieser Vorgang wird für alle vier Dämpfungseinstellungen wiederholt.

4 Auswertung

4.1 Freie Schwingung

Die Messreihen zeigten alle ein periodisches Verhalten der Elongation $\varphi(t)$. Somit wurde der im Theorieteil diskutierte Fall der schwachen Dämpfung zur Auswertung verwendet.

In die Fehlerberechnungen gingen nur die Standardabweichungen, die sich bei dem Bilden der jeweiligen Mittelwerte ergaben, ein.

4.1.1 Abklingkurven

Zunächst wurden die Maximalelongationen der Messungen mit einem Computerprogramm ermittelt. Durch eine lineare Annäherung der Maxima mittels

$$\varphi_0 = \frac{\varphi_{Max_1} + \varphi_{Max_3} + 2 \cdot \varphi_{Max_2}}{4} \quad (14)$$

über alle Amplituden und folgender Mittelung bekommen wir die Nulllinie. Damit wurden alle Werte normalisiert und anschließend mit Gl. 3 der Abklingkoeffizient berechnet:

$$\ln \left(\frac{\varphi(t+T)}{\varphi(t)} \right) = -rT = -\Lambda$$

Durch Bestimmung von Lambda aus jeweils 2 Maxima und anschließender Mittelwertbildung bekommen wir die Abb 1 und 2 und die Werte aus Tab. 1 für r und Lambda.

Dämpfung [mm]	r [1/s]	Λ
0	$1.199(7) \cdot 10^{-2}$	0.038(7)
4	$1.026(7) \cdot 10^{-1}$	0.318(7)
8	$3.614(7) \cdot 10^{-1}$	1.100(7)
10	$5.091(7) \cdot 10^{-1}$	1.611(7)

Tabelle 1: Logarithmisches Dekrement Λ und Dämpfungskonstante r bei der freien Schwingung in Abhängigkeit von der Dämpfung

4.1.2 Schwingungsfrequenz

Die Periodendauern wurden aus den Zeitdifferenzen der Nulldurchgänge gemittelt und damit dann die Frequenz ω_e bestimmt. Diese Frequenz bezeichnen wir auch als Eigenfrequenz des gedämpften Systems. Die errechneten Werte in Abhängigkeit von der Dämpfung sind in Tab. 2 aufgetragen.

Dämpfung [mm]	ω_e [s^{-1}]
0	2.004(8)
4	1.993(8)
8	1.968(8)
10	1.954(8)

Tabelle 2: Eigenfrequenz des gedämpften Systems ω_e in Abhängigkeit von der Dämpfung

4.1.3 Eigenfrequenz des ungedämpften Systems

Bei der theoretischen Betrachtung der schwachen Dämpfung (Gl. 3) hatten wir $\omega_0^2 - r^2 = \omega_e^2$ gesetzt. Um nun die Eigenfrequenz ω_0 des Systems ohne Dämpfung zu bestimmen verwenden wir die Relation:

$$\omega_o = \sqrt{\omega_e^2 + r^2}$$

Damit ergeben sich die Eigenfrequenzen in Tab. 3. Wir erhalten einen Mittelwert von:

$$\omega_o = 2.04(4) s^{-1} \quad (15)$$

Dieser liegt recht Nahe bei der Frequenz für $0mm$, da die Reibung dort sehr gering ist und wir fast den ungedämpften Fall vorliegen haben.

Dämpfung [mm]	$\omega_0 [s^{-1}]$
0	2.000(7)
4	1.996(7)
8	2.000(7)
10	2.019(7)

Tabelle 3: Eigenfrequenz ω_0 der freien Schwingung in Abhängigkeit von der Dämpfung

4.2 Erzwungene Schwingung

In der Auswertung der Messdaten der erzwungenen Schwingung wurde die oben (3) bestimmte Eigenfrequenz ω_0 des ungedämpften Systems verwendet.

4.2.1 Resonanzkurve

Zunächst wurde für die verschiedenen Dämpfungen das Amplitudenverhältnis $A(\omega)/A_0$ gegen die Größe ω/ω_0 aufgetragen (Abb. 3). Dabei ist $A(\omega)$ die Amplitude der Schwingung bei der Erregerfrequenz ω . Weiter ist A_0 die Amplitude bei der kleinsten gemessenen Frequenz. Bei dieser Frequenz war die Amplitude bei allen Dämpfungen gleich.

4.2.2 Logarithmisches Dekrement

Zur erneuten Bestimmung des logarithmischen Dekrements Λ wurde die Kurve

$$\frac{A(\omega)}{A_0} = \frac{T'}{\sqrt{\left(\left(\frac{\omega'_0}{\omega_0}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(2r \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)\right)^2}}$$

über die Größen T' , ω'_0 und r gefittet. Dabei ist insbesondere zu beachten, dass auch die Eigenfrequenz ω'_0 durch den Fit bestimmt wurde. Sie stimmt somit nicht mit der in der Auswertung der freien Schwingung ermittelten überein ($\omega'_0 \neq \omega_0$). Die Näherungskurven sind ebenfalls in Abb. 3 zu sehen.

Aus den so erhaltenen Werten ergibt sich zunächst die Eigenfrequenz des Systems mit Dämpfung $\omega_e = \sqrt{\omega_o'^2 - r^2}$. Hieraus kann nun das logarithmische Dekrement $\Lambda = r T_e = 2\pi r / \sqrt{\omega_o'^2 - r^2}$ bestimmt werden. Die Werte sind in Tab. 4 zusammengetragen.

Dämpfung [mm]	ω'_0 [s^{-1}]	r [1/s]	Λ
0	1.984(4)	0.051(3)	0.161(3)
4	1.944(9)	0.049(3)	0.15(1)
8	2.002(6)	0.166(2)	0.522(7)
10	1.991(8)	0.250(4)	0.7(1)

Tabelle 4: logarithmisches Dekrement Λ bestimmt aus der Resonanzkurve der Erzwungenen Schwingung in Abhängigkeit von der Dämpfung

4.2.3 Resonanzfrequenz

Die Resonanzfrequenz ω_r kann zum Einen aus den gerade ermittelten Werten (Tab. 4) für ω'_0 und r über die Formel $\omega_r = \sqrt{\omega_0'^2 - 2r^2}$ bestimmt werden. Diesen Wert werden wir nun mit $\omega_{r,exp}$ bezeichnen. Zum Anderen kann die Resonanzfrequenz auch aus den, durch die freie Schwingung ermittelten Werte (Tab. 1 und Tab. 3), errechnet werden. Die auf diese Weise bestimmte Größe nennen wir $\omega_{r,theo}$. Beide Ergebnisse sind in Tab. 5 zusammengestellt.

Dämpfung [mm]	$\omega_{r,exp}$ [s^{-1}]	$\omega_{r,theo}$ [s^{-1}]
0	1.982(4)	1.999(7)
4	1.942(9)	1.990(7)
8	1.988(6)	1.933(7)
10	1.959(8)	1.886(7)

Tabelle 5: Resonanzfrequenzen ω_r in Abhängigkeit von der Dämpfung

4.2.4 Phasenverschiebung

In Abb. 4 wurde die gemessene Phasenverschiebung α gegen eine normierte Frequenz aufgetragen. Zur Berechnung der Phasenverschiebung α wurden die Zeiten der Nulldurchgänge der Schwingungen aus den Messwerten ermittelt. Außerdem wurde pro Messreihe die Zeit eines Nulldurchgangs des Erregers aufgezeichnet. Die Differenz dieser Zeit und des entsprechenden Nulldurchgangs des Oszillators wird nun mit Δt bezeichnet. Damit erhalten wir mit der Erregerfrequenz ω für die Phasenverschiebung α :

$$\alpha = \frac{2\pi}{T} \Delta t = \omega \Delta t$$

In den meisten Fachbüchern ist das Bild 4 spiegelverkehrt zur $\pi/2$ -Achse zu sehen, dies ändert aber nichts an der Aussage. Die Graphen spiegeln das erwartete Ergebnis einer breiteren Phasenverschiebung bei größerer Dämpfung wieder, einzig ein Messwert der Dämpfung 10 schlägt aus der Reihe. Scheinbar wurde der letzte Nulldurchgang der Anregung nicht korrekt von der Messapparatur aufgezeichnet.

5 Einordnung der Ergebnisse

Die Abklingkurven der freien Schwingungen entsprechen bis auf kleine Abweichungen der Theorie. Die Abweichungen sind vor allem auf Erschütterungen der Messapparatur zurückzuführen. Auch wurden scheinbar nicht alle Messwerte korrekt aufgenommen. In den Datenreihen fehlt immer wieder der eine oder andere. Durch die schiere Anzahl konnte dies aber weggemittelt werden.

Bei der Auswertung der Eigenfrequenzen gab es keine Probleme.

Hierbei ist zu beachten, dass die Schwingungsfrequenz ω_e bei ausgeschalteter Wirbelstrombremse ($0mm$) sehr genau der gemittelten Eigenfrequenz ω_0 gleicht. An dieser Stelle könnte man den Standpunkt annehmen, dass theoretisch ω_e bei deaktivierter Wirbelstrombremse etwas kleiner als der Mittelwert von ω_0 sein müsste, da genau genommen noch eine kleine Dämpfung durch die Lagerung vorliegt. Unser Messwert zeigt jedoch, dass dieser Effekt bei der von uns erreichten Messgenauigkeit zu vernachlässigen ist.

Vor der Einordnung der Ergebnisse der erzwungenen Schwingung erfolgt zunächst eine Anmerkung zum in der Auswertung verwendeten Verfahren. Die im Theorieteil beschriebene Methode zur Auswertung des logarithmischen Dekrements haben wir bei der Auswertung unserer Messwerte nicht verwendet. Dies liegt daran, dass wir pro Dämpfungseinstellung zu wenig Messreihen gemacht haben um bei quadratisch aufgetragener Amplitude die Halbwertsbreite dieses Werts ohne eine Näherungskurve zu bestimmen. Genügend Messreihen aufzunehmen, um das Verfahren anzuwenden, erscheint uns in dem vorhandenen Zeitrahmen unrealistisch. Beim Fitten der Näherungskurven wurde stets auch der Parameter r bestimmt. Da sich aus diesem direkt das logarithmische Dekrement Λ ergibt, hätten wir durch die Anwendung des im Theorieteil beschriebenen Verfahrens auf die Näherungskurven keine neue Information erhalten. Aus eben diesem Grund haben wir die Amplituden auch nicht quadratisch in einem Diagramm aufgetragen.

Die beim Fitten erhaltene Resonanzkurve gibt qualitativ das theoretisch erwartete Bild wieder. Für geringe Dämpfungen konnten wir jedoch nicht ausreichend Messreihen im Umfeld der Resonanzfrequenz machen. Aus diesem Grund muss die gefittete Kurve bei der Dämpfung $0mm$ als fehlerhaft angenommen werden. Dies zeigt sich besonders deutlich in der Tatsache, dass sich diese Kurve mit der bei einer Dämpfung von $4mm$ überschneidet.

Die bei der erneuten Bestimmung des logarithmischen Dekrements erhaltenen Werte weichen, obwohl der Fehler bei den gefitteten Größen relativ klein ist, deutlich von den zuvor berechneten Werten ab. Bei den Dämpfungen $4mm$ bis $10mm$ liegt eine Abweichung um den Faktor 2 vor. Dies deutet auf einen systematischen Fehler hin. Der Faktor der Abweichung bei der Kurve für eine Dämpfung von $0mm$ weicht deutlich von 2 ab. Dies stützt die oben unterbreitete These, dass die Messreihe für diese Dämpfung fehlerhaft ist.

Auf Grund der Abweichung des logarithmischen Dekrements um den Faktor 2 ist auch die gefittete Dämpfungskonstante r potentiell fehlerhaft. Somit erscheint eine Diskussion der in der Auswertung vorgenommenen Gegenüberstellung von $\omega_{r,exp}$ und $\omega_{r,theo}$ nicht als sinnvoll.

Die Phasenverschiebungen dagegen entsprechen wieder weitestgehend der Theorie. Wir haben einen steilen Übergang bei kleinen und einen langen bei großen Dämpfungen. Die Abweichungen haben ihre Ursache wahrscheinlich in der nur eingeschränkt möglichen Erkennung von Nulldurchgängen des Exzenters und der Schwierigkeit bei großen Dämpfungen eine Normalisierung der Nulllinie vorzunehmen.

Insgesamt bestätigt der Versuch aber die Theorie, wenn auch, bedingt durch den einfachen Versuchsaufbau, zum Teil nur qualitativ.

A Tabellen und Grafiken

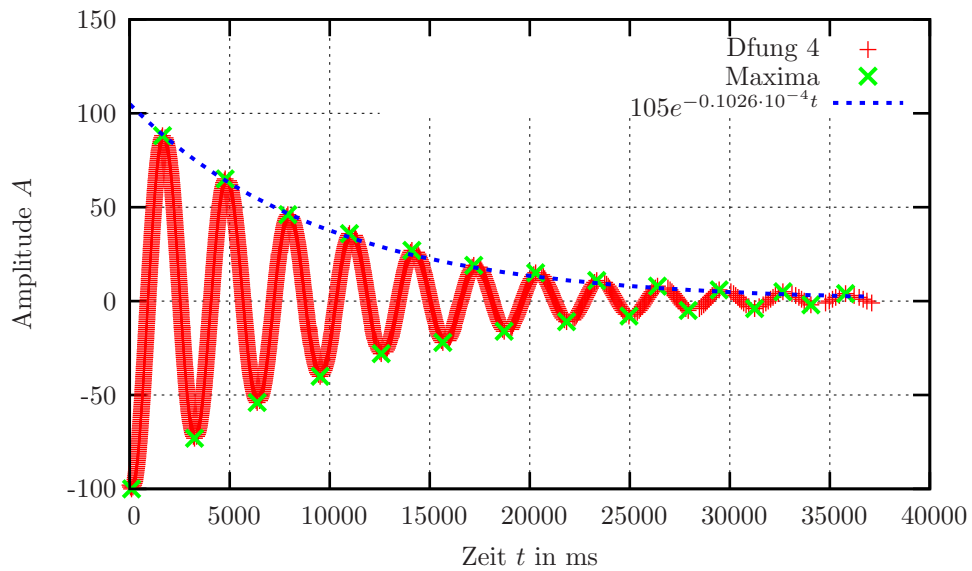
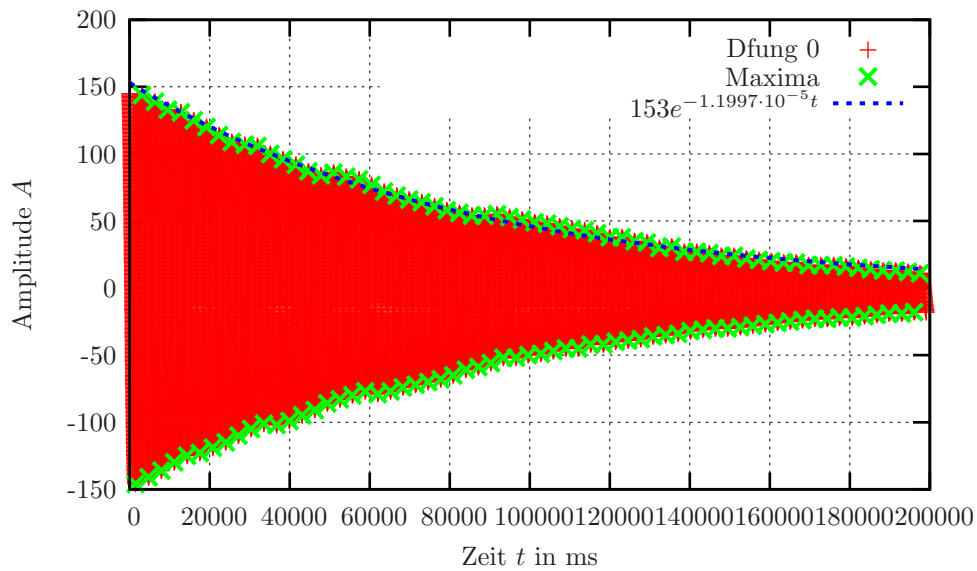


Abbildung 1: Abklingkurven der freien Schwingungen

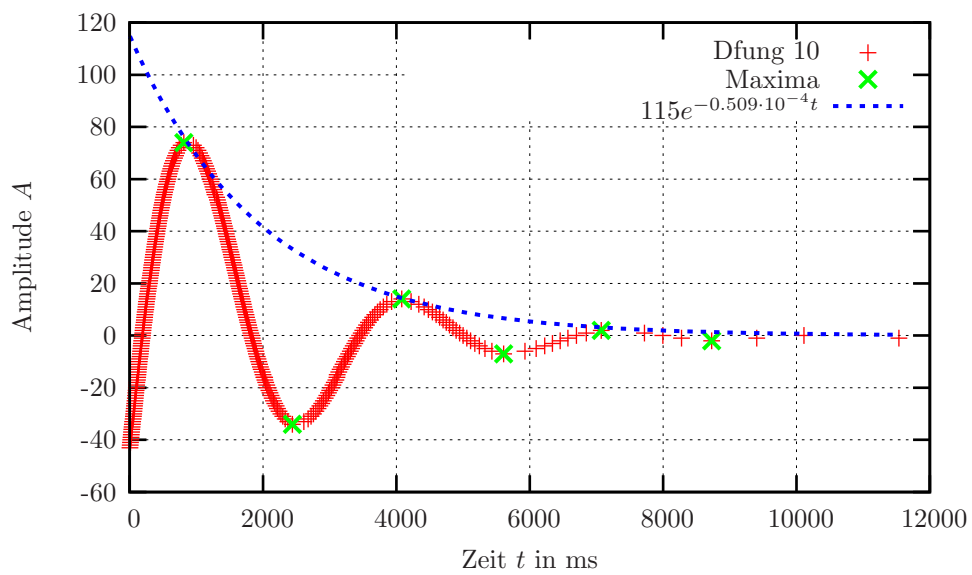
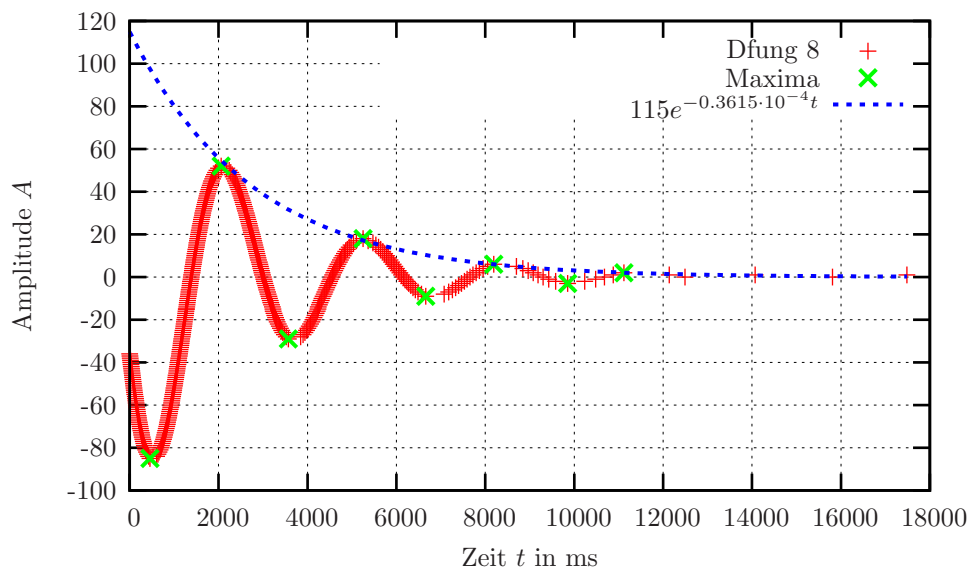


Abbildung 2: Abklingkurven der freien Schwingungen

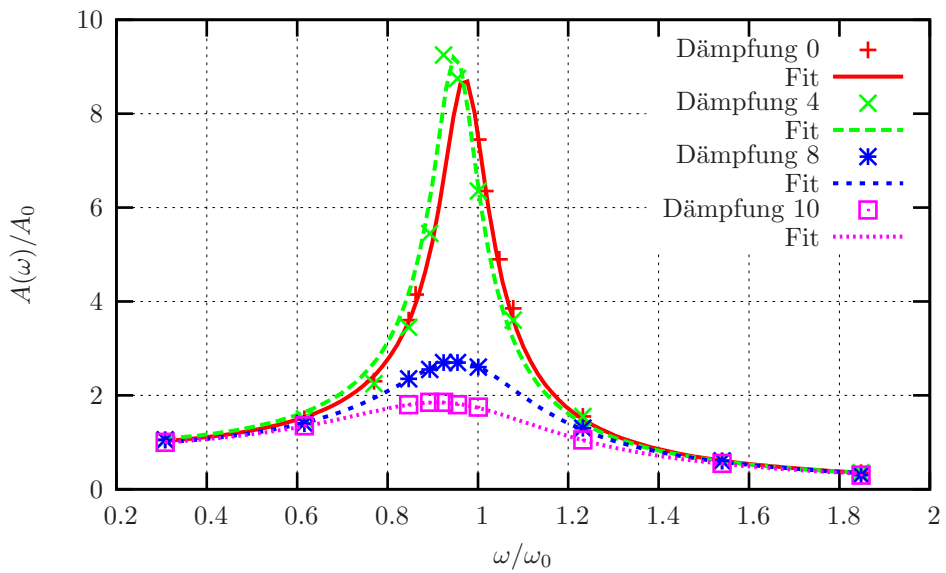


Abbildung 3: Resonanzkurve bei verschiedenen Dämpfungen

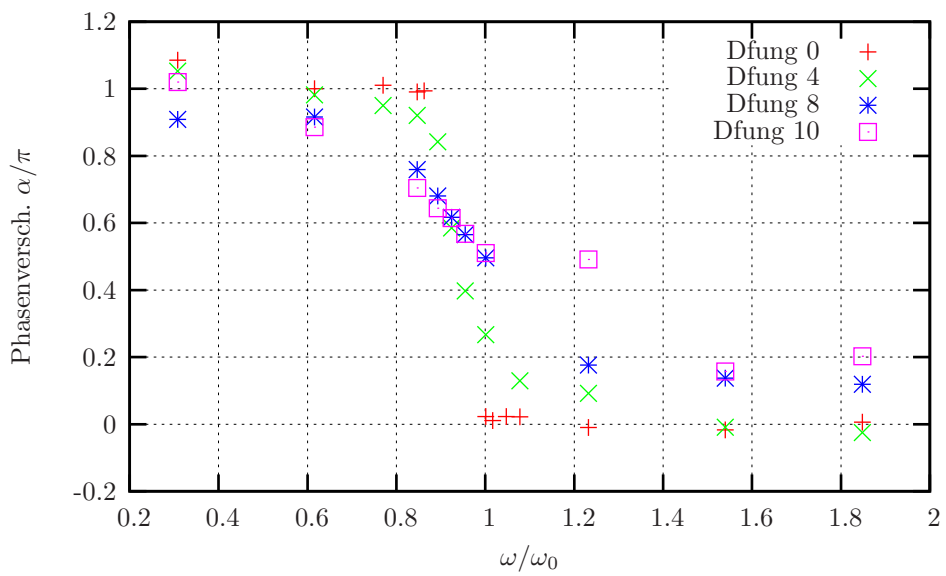


Abbildung 4: Phasenverschiebung bei verschiedenen Dämpfungen

B Anmerkungen zum Versuch

Das Programm kPohl war leider recht unhandlich zu bedienen. Ersteinmal stürzte es reproduzierbar ab und hinterließ den Frequenzmodulator der Motors in einem „phiependen“ Zustand, wenn man im Dialog für eine neue Messung [ESC] drückt.

Außerdem war das Verfolgen des Einschwingvorganges in der Phasenraumprojektion nach 15 Perioden nicht mehr möglich. Vor allem die wenig gedämpften Fälle brauchten aber bedeutend länger. Ein „Reset“-Knopf oder das automagische Entfernen der jeweils 11. Schwingung würde sicherlich helfen. Auch ist die Messung der erzwungenen Schwingung in der Nähe der Resonanzfrequenz mit kleiner Dämpfung kaum möglich. Es sollte vielleicht darauf verzichtet, dafür aber eine Messreihe mit größerer Dämpfung aufgenommen werden.

Schießlich wäre es praktisch die Daten einer Messung auch in der entsprechenden `messungXX.txt` und nicht nur in der `index.txt` zu finden. Das macht die computergestützte Auswertung ein bischen einfacher.