

Physikalisches A-Praktikum

Versuch 24

# Das Gasinterferometer

Praktikanten: Nils Kanning  
Steffen Klemer

Durchgeführt am: 15.02.2007

Gruppe: 6

Assistent: Till Benter



<i>INHALTSVERZEICHNIS</i>	3
---------------------------	---

## **Inhaltsverzeichnis**

<b>1 Einleitung</b>	<b>4</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>4</b>
2.1 Das Gasinterferometer . . . . .	4
2.2 Brechzahlen und Gangunterschied . . . . .	4
2.3 Lichtgeschwindigkeit in Materie . . . . .	5
<b>3 Durchführung</b>	<b>6</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>6</b>
<b>5 Einordnung der Ergebnisse</b>	<b>7</b>
<b>A Tabellen und Grafiken</b>	<b>8</b>

## 1 Einleitung

In diesem Versuch wollen wir die Abhängigkeit der Brechzahl der Luft vom umgebenden Druck bestimmen. Dazu verwenden wir ein Gasinterferometer. Hierbei wollen wir auch ein wenig auf den allgemeinen Nutzen von Interferenzverfahren eingehen, mit denen kleinste Längenunterschiede vermessen werden können. Nach einem ähnlichen Prinzip arbeitet auch der Gravitationswellendetektor in Hannover sowie das MICHELSON-MORLEY-Experiment zur Falsifizierung der Äthertheorie.

## 2 Theorie

Im *Versuch 26 - Laserlicht* haben wir bereits gesehen, dass monochromatisches, kohärentes Licht sich wellenförmig ausbreitet und interferiert. Ebenfalls dort haben wir die Interferenz hinter dem Doppelspalt bestimmt. Minima bilden sich, wenn der Gangunterschied zweier interferierender Wellen  $\lambda/2$  beträgt, Maxima, also Überhöhung bei Vielfachen von  $\lambda$ .

Mit der selben geometrischen Betrachtung wie dort erhält man für den Gangunterschied  $\Delta s$  am Doppelspalt

$$\sin \alpha = \frac{\Delta s}{d}$$

mit dem Abstand der Spalte  $d$ . Der Winkel ist der zwischen Wellenvektor und der Orthogonalen der Wand.

### 2.1 Das Gasinterferometer

Das Gasinterferometer verwendet die besprochenen Interferenzmuster, um die Änderung der Lichtgeschwindigkeit deutlich zu machen. Hierbei wird ein Lichtstrahl durch einen Doppelspalt geschickt, wobei die eine Seite direkt dahinter eine Gasdruckkammer durchqueren muss. Nun betrachtet man den Interferenzstreifen direkt in der Mitte zwischen beiden Spalten durch ein Okular. Je nach Gangunterschied und damit abhängig von der Brechzahl sollte sich dieser verschieben.

### 2.2 Brechzahlen und Gangunterschied

Betrachten wir nun den Brechungsindex  $n_0$  der Luft bei Normaldruck  $p_0$ . Die zugehörige Lichtgeschwindigkeit sei  $c_0$ . Analog seien  $n$  sowie  $c_1$  beim Druck  $p_1$  definiert. Außerdem sei  $L$  die Länge des Gasdruckbehälters. Der langsamere Strahl benötige die Zeit  $\tau = \frac{L}{c_1}$  um den Behälter zu durchqueren. Der schnellere Strahl legt in der gleichen Zeit die Strecke  $s = c_0\tau$  zurück. Damit ergibt sich ein Gangunterschied von

$$\Delta s = s - L = \left( \frac{c_0}{c_1} - 1 \right) L.$$

Mit der Definition der Brechzahl  $n_i = \frac{c}{c_i}$  mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$  erhalten wir

$$\Delta s = L \left( \frac{n}{n_0} - 1 \right).$$

## 2.3 Lichtgeschwindigkeit in Materie

Über den Zusammenhang

$$c^2 = \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_r \mu_0}$$

ergibt sich für den Brechungsindex eines Mediums

$$n = \frac{\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_0 \mu_0}}}{\sqrt{\frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0 \mu_r \mu_0}}}.$$

Für Luft können wir  $\mu_r \approx 1$  nähern, so dass gilt

$$n^2 = \varepsilon_r = (1 + \chi). \quad (1)$$

Nun betrachten wir die dielektrische Verschiebung  $D$ , die allgemein definiert ist als

$$D = \varepsilon_0 E + P = (1 + \chi) \varepsilon_0 E, \quad (2)$$

wobei wir  $P$  in erster Näherung proportional zu  $E$  betrachten. Benutzen wir dies mit Gl. 1, erhalten wir

$$D = n^2 \varepsilon_0 E$$

und durch Einsetzen in Gl. 2:

$$P = (n^2 - 1) \varepsilon_0 E. \quad (3)$$

Nun führt die Überlegung, dass die dielektrischen Eigenschaften des Gases vorwiegend durch Verschiebungspolarisationen, also die Trennung von positiven und negativen Ladungen der sonst neutralen Gasteilchen, verursacht wird, zu einer Proportionalität von  $\chi$  und der Anzahldichte  $\varrho$  der Gasteilchen. Diese ist aber nach dem allgemeinen Gasgesetz  $pV = Nk_B T$  abhängig vom Druck:

$$\varrho = \frac{N}{V} = \frac{1}{\underbrace{k_B T}_{\alpha}} \cdot p.$$

Also ist

$$P = \chi \varepsilon_0 \cdot E = \beta \varrho \varepsilon_0 \cdot E = \varepsilon_0 \frac{\gamma}{T} p \cdot E$$

und somit durch Gl. 3 und der Näherung  $n^2 \approx n$ :

$$(n - 1) \varepsilon_0 E = \frac{\varepsilon_0 \gamma p}{T} E$$

$\gamma$  ist eine Konstante, also können wir schreiben

$$\frac{\partial}{\partial p} \left( T \frac{(n-1)}{p} \right) = \frac{\partial}{\partial p} (\text{const.}) \quad (4)$$

$$\frac{p \frac{\partial n}{\partial p} - (n-1)}{p^2} = 0 \quad (5)$$

Nun stellen wir diese nach dem Differential um und setzen sie in Gl. 4 ein:

$$\frac{\partial n}{\partial p} = \frac{n-1}{p} = \text{const.} \quad (6)$$

Die betrachteten Beziehungen gelten natürlich nur bei fester Temperatur  $T$ . Drücken wir die Konstante in Gl. 4 durch die Normalbedingungen  $T_0 = 293K, p_0 = 1,013 \text{ bar}$  sowie die zugehörige Brechzahl  $n_0$  als  $\text{const.} = T_0 \frac{n_0-1}{p_0}$  aus, erhalten wir nun

$$n_0 = 1 + p_0 \frac{T}{T_0} \frac{\partial n}{\partial p}, \quad (7)$$

was eine Abhängigkeit der Brechzahl von der Temperatur, nicht aber dem äußeren Druck zeigt.

### 3 Durchführung

Zunächst wird überprüft, dass das Interferometer richtig justiert ist, d. h. dass die Interferenzstreifen im Okular deutlich zu erkennen sind.

Nun wird der Druck  $p$  in der Gaskammer auf  $2000 \text{ mm WS}$  ( $= 19613,3 \text{ Pa}$ ) erhöht. Ein Interferenzstreifen wird mit Hilfe des Fadenkreuzes im Okular fixiert. Diesem Streifen wird die Ordnung  $m = 0$  zugeschrieben.

Der Druck in der Gaskammer wird jetzt langsam reduziert. Hat sich das Interferenzmuster soweit verschoben, dass der nächste Interferenzstreifen im Fadenkreuz liegt (also  $\Delta m = -1$ , da der Gangunterschied dabei abnimmt), so wird der derzeitige Druck  $p$  und die Ordnung  $m$  notiert. Diese Messung wird nun solange fortgeführt, bis der Druck auf den Umgebungsdruck reduziert wurde.

Die gesamte Messreihe wird mehrfach aufgenommen. Abschließend ist noch die Umgebungstemperatur  $T$  zu messen und auch zu notieren<sup>1</sup>.

### 4 Auswertung

Zunächst haben wir die in der Einheit  $\text{mm WS}$  gemessenen Drücke mit Hilfe der Relation<sup>2</sup>  $1 \text{ mm WS} = 9,80665 \text{ Pa}$  umgerechnet und diese dann in Abb. 1 gegen die Ordnung  $m$  aufgetragen.

Zur Interpretation dieser Abbildung rufen wir uns zunächst die, im Theorieteil hergeleitete, Beziehung für den Gangunterschied  $\Delta s$  ins Gedächtnis:

$$\Delta s = L \left( \frac{n}{n_0} - 1 \right) = \frac{L}{n_0} (n - n_0)$$

Dabei ist  $n_0$  der Brechungsindex von Luft bei Umgebungsdruck. Wir erwarten, dass  $n_0 \approx 1$  und nähern damit die obige Gleichung indem wir  $n_0$  an der Stelle wo es als Faktor auftritt durch 1 ersetzen:

$$\Delta s = L (n - n_0)$$

<sup>1</sup>siehe Peter Schaaf, Das Physikalische Praktikum, Universitätsverlag Göttingen, 2006; Abschnitt 24.6.3 :-)

<sup>2</sup>Horst Stöcker: Taschenbuch der Physik. 2007, S. 577.

In unserer Messung entsprach nun der Gangunterschied der Strahlen  $\Delta s = (m + M)\lambda_0$ . Hier ist  $\lambda_0$  die Wellenlänge des verwendeten Lichts bei Umgebungsdruck. Die Konstante  $M$  tritt auf, da die in Abschnitt 3 angesprochene Festlegung von  $m = 0$  willkürlich ist. Wir erhalten also:

$$(m + M)\lambda_0 = L(n - n_0)$$

Die Differentiation nach  $p$  ergibt:

$$\frac{\partial m}{\partial p} = \frac{L}{\lambda_0} \frac{\partial n}{\partial p} \quad (8)$$

Laut Gl. 6 wissen wir bereits, dass  $\partial n/\partial p$  konstant ist. Somit ist auch  $\partial m/\partial p$  konstant und wir erwarten, dass die in Abb. 1 verzeichneten Messwerte eine Gerade ergeben. Durch lineare Regression und unter Verwendung von Gl. 8 können wir so die Steigung  $k = \partial p/\partial m$  dieser Geraden berechnen. Die sich für die verschiedenen Messreihen ergebenden Werte sind in Tab. 1 verzeichnet. Der gewichtete Mittelwert ist:

$$k = 2128(22) \text{ Pa}$$

Mit den im Praktikumsskript gegebenen Werten  $\lambda_0 = 546 \text{ nm}$  und  $L = 11,10(5) \text{ cm}$  berechnen wir hieraus nun  $\partial n/\partial p$  gemäß:

$$\frac{\partial n}{\partial p} = \frac{\lambda_0}{Lk}$$

Dies ergibt den Wert:

$$\frac{\partial n}{\partial p} = 2,31(3) \text{ Pa}^{-1}$$

Nach Gl. 7 können wir hiermit den Brechungsindex  $n_0$  von Luft bei Normalbedingungen, also  $p_0 = 1013 \text{ hPa}$  und  $T_0 = 293 \text{ K}$ , bestimmen. Mit der von uns gemessenen Zimmertemperatur  $T = 293,0(5) \text{ K}$  ergibt dies:

$$n_0 = 1,000234(3)$$

## 5 Einordnung der Ergebnisse

Zum Vergleich des ermittelten Brechungsindex von Luft bei Normalbedingungen und der Wellenlänge  $\lambda_0 = 546 \text{ nm}$  fehlt uns leider ein Literaturwert. Für eine Wellenlänge von  $589,3 \text{ nm}$  beträgt der Literaturwert<sup>3</sup>  $n_0 = 1,00029$ . Unser Wert weicht von diesem um weniger als  $0,01\%$  ab. Damit ist das erzielte Ergebnis sehr zufriedenstellend.

Allerdings war das Ablesen der Interferenzstreifen am Okular auf Grund eines teilweise verschwommenen Interferenzmusters und einer stark verschmutzten Scheibe nur schwer möglich.

---

<sup>3</sup>Horst Stöcker: Taschenbuch der Physik. 2007, S. 385.

## A Tabellen und Grafiken

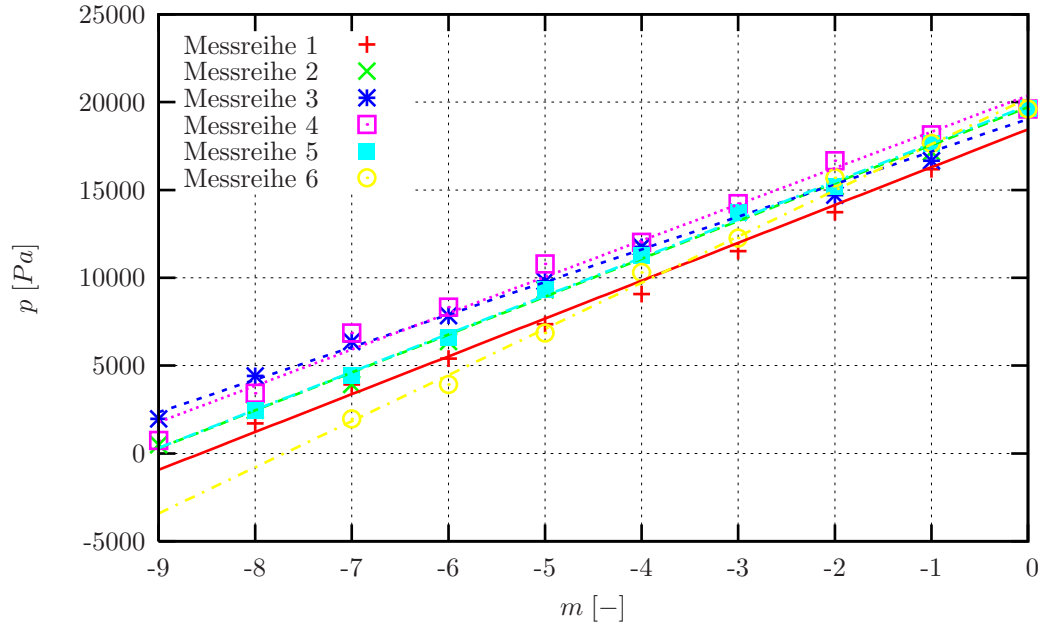


Abbildung 1: Der gemessene Druck  $p$  aufgetragen gegen die Ordnung  $m$

Messreihe	$k = \partial p / \partial m$ [Pa]
1	2153(85)
2	2175(52)
3	1854(46)
4	2065(75)
5	2165(35)
6	2704(80)

Tabelle 1: Steigungen der in Abb. 1 verzeichneten Geraden