

Physikalisches A-Praktikum

Versuch 26

Beugung und Interferenz von Laserlicht

Praktikanten: Nils Kanning
Steffen Klemer
Durchgeführt am: 05.02.2007
Gruppe: 6
Assistent: Till Benter

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Theorie	4
2.1	Laser	4
2.1.1	Quantitative Betrachtung der Besetzungszahlen	4
2.1.2	Inversion der Besetzungszahlen	5
2.1.3	Der Resonator	6
2.1.4	Der He-Ne Laser	6
2.1.5	Intensität des ausgesandten Lichts	7
2.2	Beugung und Interferenz	7
2.2.1	Vorbetrachtung	7
2.2.2	Doppellochblende	8
2.2.3	Spalt	8
2.2.4	Steg	9
2.2.5	Kreisblende	9
2.2.6	Gitter	11
3	Durchführung	11
3.1	Versuchsaufbau	11
3.2	Messung	12
4	Auswertung	12
4.1	Bestimmung der charakteristischen Größe der Beugungsobjekte	12
4.1.1	Doppellochblende	13
4.2	Spalt	13
4.3	Steg	14
4.4	Gitter	14
4.5	Kreisblende	15
4.6	Ermittlung der Wellenlänge λ	15
5	Einordnung der Ergebnisse	16
A	Tabellen und Grafiken	17

1 Einleitung

In diesem Versuch wollen wir die Beugungs- und Interferenzbilder von Laserlicht untersuchen. Laserlicht zeichnet sich durch eine hohe Kohärenz aus, wodurch wir die Welleneigenschaften wie Interferenz und Beugung direkt beobachten sollten.

Laser steht für *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation*, was seine Funktionsweise basierend auf der stimulierten Aussendung von Photonen bereits recht gut beschreibt. Erstmals wurde ein Laser von Theodore Maiman im Jahr 1960 auf Basis eines Rubin-Kristalls gebaut.

2 Theorie

2.1 Laser

Zunächst betrachten wir einige Prozesse in der Atomhülle, die uns dann zur Funktionsweise des Lasers führen werden. Die Elektronen der Hülle können in verschiedenen, diskreten Energiezuständen vorliegen. Der energetisch niedrigste wird als *Grundzustand* bezeichnet. Bringt man das Atom nun in Wechselwirkung mit elektromagnetischer Strahlung, die wir hier in Form von Lichtquanten der Energie $E = h\nu$ betrachten wollen, so kann es zunächst zur *Absorption* eines Quants kommen. Dies hebt das Elektron aus dem Zustand E_1 in einen höheren Energiezustand E_2 . Der Vorgang wird aufgrund der beteiligten Strahlung auch als *optischer Übergang* bezeichnet. Er kann aber nur stattfinden, wenn die Energie des Photons mit der Differenz der Zustände übereinstimmt.

Dieser angeregte Zustand ist nicht stabil. Nach einer spezifischen Halbwertszeit springt das Elektron unter Aussendung eines Photons der Energie $E = E_2 - E_1 = h\nu$ zurück. Dieser Vorgang wird auch als *spontane Emission* bezeichnet. Man unterscheidet hierbei *instabile* und *metastabile* Zustände, wobei letztere eine deutlich längere Halbwertszeit im Millisekunden-Bereich besitzen. Der Rücksprung muss nicht direkt in den Ausgangszustand stattfinden. Stattdessen werden oft kleinere Sprünge in tiefere Energieniveaus beobachtet.

In einem elektromagnetischen Feld kann es weiterhin zur *induzierten Emission* kommen. Hierbei trifft ein Photon auf ein bereits angeregtes Atom, worauf dieses unter Aussendung eines weiteren Photons in einen niedrigeren Zustand zurückfällt. Auch dieser Mechanismus funktioniert nur, wenn die Energiedifferenz der Zustände mit der Energie des ankommenden Quants übereinstimmen. Offensichtlich eignet sich dieser Mechanismus hervorragend zur Erzeugung von monochromatischem Licht, da sich Licht einer Wellenlänge praktisch selbst verstärkt. Auch wird die Kohärenz recht hoch sein, geschieht doch das Auftreffen des Photons und die Emission zeitgleich.

2.1.1 Quantitative Betrachtung der Besetzungszahlen

Eine Abhängigkeit zwischen Übergangsraten der Zustände und der Stärke des Photonenfeldes ist naheliegend. In den Versuchen 10-20 haben wir gesehen, dass sich diese ausdrücken lässt durch

$$\begin{aligned} u &= u_E + u_B = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 \quad \text{und da } u_E = u_B \text{ gilt:} \\ &= \varepsilon_0 E^2 \end{aligned}$$

Nun interessieren wir uns nur für Photonen einer bestimmten Wellenlänge, also der spektralen Energiedichte u_ν . Auch sollte die Übergangsrate proportional zur Besetzungszahl des betreffenden Energieniveaus N_i sein. Damit erhalten wir für die *induzierte Absorption*, also den Übergang vom Zustand 1 zu 2

$$\frac{dN_1}{dt} = -B_{12}N_1u_\nu$$

Der Proportionalitätsfaktor B_{12} wird auch als EINSTEINKoeffizient bezeichnet.

Mit der gleichen Überlegung erhalten wir ein Gesetz für die induzierte Emission:

$$\frac{dN_2}{dt} = -B_{21}N_2u_\nu$$

Die Rate der spontanen Emission ist unabhängig von der elektromagnetischen Umgebung:

$$\frac{dN_2}{dt} = -A_{21}N_2$$

Die Einsteinkoeffizienten drücken die Wahrscheinlichkeit eines solchen Übergangs aus. Im Gleichgewicht muss eine Parität zwischen den Übergängen herrschen:

$$\begin{aligned} dN_1^{ind.Abs} &= dN_2^{ind.Em} + dN_2^{spont.Em} \\ \frac{N_2}{N_1} &= \frac{B_{12} \cdot u_\nu}{A_{21} + B_{21} \cdot u_\nu} \end{aligned}$$

Im Gleichgewicht können wir die Besetzungszahlen auch durch eine klassische BOLTZMANNVERTEILUNG beschreiben:

$$\begin{aligned} N_i &= N_0 e^{-E_i/k_B T} \\ \Rightarrow \frac{N_2}{N_1} &= e^{-E_2+E_1/k_B T} = e^{h\nu/k_B T} \end{aligned} \quad (1)$$

Zusammen mit Gl. 1 bekommen wir so schließlich die PLANCKSCHE *Strahlungsdichteformel*

$$u_\nu = \frac{A_{12}/B_{21}}{B_{12}/B_{21} \cdot e^{h\nu/k_B T} - 1}. \quad (2)$$

Mit steigender Temperatur geht nun aber auch die spektrale Energiedichte gegen Unendlichen, weshalb $B_{12} = B_{21}$ gelten muss. Somit sind Absorption und induzierte Emission äquivalente Prozesse. Die PLANCKSCHE *Strahlungsdichteformel* vereinfacht sich zu

$$u_\nu = \frac{A/B}{e^{h\nu/k_B T} - 1}. \quad (3)$$

Dabei kann mit Hilfe der *Planckschen Strahlungsformel* die Beziehung $A = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \cdot B = K \cdot B$, also eine Proportionalität zwischen beiden Einsteinkoeffizienten, hergeleitet werden.

2.1.2 Inversion der Besetzungszahlen

Im Laser wollen wir die induzierte Emission nutzen. Für einen hohen Wirkungsgrad müssen aber die meisten Atome in einem angeregten Zustand vorliegen. Dies nennt

man *Besetzungsinversion* und die Erzeugung dergleichen als *Pumpen*, was die Energiezufuhr verbildlicht. Durch die Ausnutzung von metastabilen Zuständen bleiben die angeregten Zustände länger erhalten.

Nun gehen die Atome aber in verschiedene angeregte Zustände über. In Lasern macht man sich nun zu Nutze, dass in einigen Stoffen ein strahlungsloser Sprung aus 2 verschiedenen, hohen Niveaus auf gleichen, oder zumindest nahe beieinander liegenden metastabilen Zuständen landen kann. Ist die Pumprate nun groß genug und die Besetzungsinversion tritt ein, so löst ein spontaner Sprung aus diesem metastabilen Zustand eine Kettenreaktion aus.

Man unterscheidet 3- und 4-Niveau Laser, wobei der Unterschied darin besteht, dass im 3-Fall der letzte Sprung direkt in den Grundzustand geht und im anderen Fall in einen höher liegenden. Letzteres hat den Vorteil, dass dieser gewöhnlich nicht so stark besetzt ist, wie der Grundzustand und damit die Inversion mit weniger Energie erreicht werden kann.

2.1.3 Der Resonator

Um die Leistung weiter zu verstärken und eine Regelung einführen zu können, bringt man das Lasermaterial in einen Resonator. Meist besteht dieser aus 2 Spiegeln oder Brewsterplatten im Abstand eines Vielfachen der halben Wellenlänge, um eine stehende Welle zu erzeugen. So verstärkt sich die induzierte Emission im Inneren immer weiter. Die Seitenwände sind entweder offen oder so gestaltet, dass sie schräg laufende Strahlen absorbieren. Wählt man einen der Spiegel halbdurchlässig, so kann der nun parallele Laserstrahl austreten. Durch die Resonatorbedingung wird gleichzeitig nur eine bestimmte Wellenlänge verstärkt.

2.1.4 Der He-Ne Laser

In diesem Versuch werden wir einen Helium-Neon Laser verwenden. Er wurde erstmalig im Jahr 1960 von MAIMAN vorgestellt. Noch heute ist er aufgrund der einfachen Konstruktion sehr beliebt.

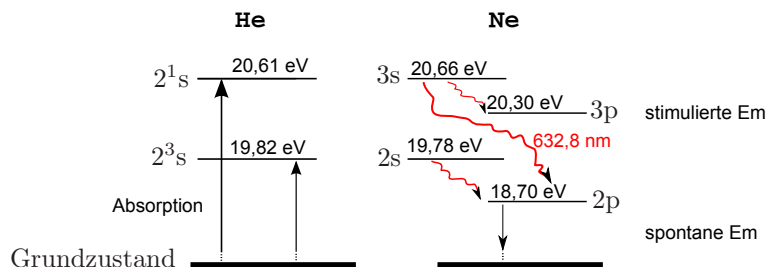


Abbildung 1: Energieniveauschema des He-Ne Lasers

Als Medium wird eine Gemisch aus 88% Helium und 12% Neon bei $0,1\text{mbar}$ verwendet. Gepumpt wird elektronisch mittels Gasentladung. In Abb. 1 ist zu sehen, dass der 2^1s Zustand des Heliums fast dem $3s$ des Neons entspricht. Durch die Gasentladung werden nun die zahlreichen He-Atome angeregt und gelangen in die beiden metastabilen $2s$ Zustände. Von diesen sind aber Strahlungsübergänge quantenmechanisch verboten. Durch unelastische Stöße heben sie nun die Ne-Atome in deren $3s$ und $2s$ Zustände. Sprünge von dort in den Grundzustand werden durch den

geschickt gewählten Druck vermieden - die entsprechenden Photonen werden direkt wieder eingefangen. Die Besetzungsinversion bezieht sich nun auf die $3p$ bzw. $2p$ Niveaus. Ein Übergang von $3s$ zu $2s$ ist wieder ausgeschlossen. Aus dem $2p$ Zustand fallen die Atome spontan in einen $1s$ und von dort durch Stöße mit den Wänden in den Grundzustand. Je kleiner der Durchmesser des Resonators ist, desto schneller geschieht also die Entleerung der unerwünschten Zustände.

Der für uns interessante Übergang ist der von $3s$ zu $2p$, bei dem sichtbares, rotes Licht ausgesandt wird.

2.1.5 Intensität des ausgesandten Lichts

Die Intensität des ausgesandten elektromagnetischen Welle können wir durch die Energiedichte pro Fläche ausdrücken. Weiterhin bewegt sich die Welle mit der Lichtgeschwindigkeit $c = 1/\sqrt{\mu_0\mu_r\epsilon_0\epsilon_r}$:

$$I = \frac{dW}{dA} = \frac{c \cdot \frac{dW}{dt}}{\frac{dx}{dt} \cdot dA} = c \cdot \frac{dW}{dV} = c \cdot w_{emag}$$

nun ist $w_{emag} = w_{el} + w_{mag}$

und $w_{el} = w_{mag}$ sowie $w_{el} = \frac{1}{2}\epsilon_0\epsilon_r\vec{E}^2$ bzw. $w_{mag} = \frac{1}{2}\mu_0\mu_r\vec{H}^2$

und damit $I = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\mu_r}} \vec{E}^2$

In diesem Versuch soll vor allem die quadratische Abhängigkeit der Intensität vom elektrischen Feldvektor von Interesse sein.

2.2 Beugung und Interferenz

2.2.1 Vorbetrachtung

Wir wollen nun die FRAUNHOFERBEUGUNG betrachten, also annehmen, dass der Beobachtungschirm und die Lichtquelle unendlich weit vom Beugungsobjekt entfernt sind, so dass wir parallele Strahlen erhalten. In diesem Versuch werden wir die Beugungsmuster von Steg, Lochblende, Doppellochblende, Spalt und Gitter vermessen.

Durch die hohe Kohärenz des Laserlichts treten die Welleneigenschaften besonders hervor. Daher wollen wir im Folgenden das Licht als ebene Wellen der Form

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\vec{k}\vec{x} - \omega t)}$$

betrachten. Dies vereinfachen wir weiter da wir nur ebene Wellen betrachten die sich vom Beugungsobjekt ausgehend in eine Richtung \vec{k} ausbreiten. Ebenso betrachten wir auf dem unendlich weit entfernten Schirm nur Punkte \vec{x} die in eben dieser Richtung liegen. Damit verschwindet das Skalarprodukt. Abhängig von welchem Punkt des Beugungsobjektes die Wellen ausgehen treffen sie auf dem Schirm mit einem Gangunterschied δ ein. Somit können wir für den Feldvektor am Ort des Schirms schreiben:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{i(kx - \omega t)} \cdot e^{i\delta}$$

Weiterhin ist ω die Kreisfrequenz und t wie üblich die Zeit.

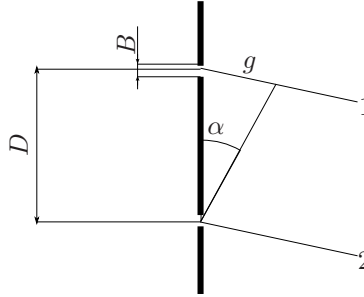


Abbildung 2: Schema der Beugung am Doppelloch

2.2.2 Doppellochblende

Hier betrachten wir 2 Löcher des Durchmessers $B \rightarrow 0$ im Abstand D . Die Interferenzfigur wird sich aus den beiden Teilstrahlen 1 und 2 ergeben, die um δ phasenverschoben sind. Bezeichnen wir den ersten mit

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 \quad \text{so ist} \\ E_2 &= E_0 \cdot e^{i\delta} \quad \text{und damit} \\ E_r &= E_0 \cdot (1 + e^{i\delta}) \end{aligned}$$

Um δ zu berechnen betrachtet man den Gangunterschied $g = D \sin(\alpha)$. Für einen weit entfernten Schirm ist α klein und damit $\sin \alpha \approx \alpha$. Offensichtlich gilt auch

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{\delta} &= \frac{\lambda}{g} \\ \Rightarrow \delta &= \frac{2\pi D \alpha}{\lambda} \end{aligned} \quad (4)$$

mit der Wellenlänge λ . Um daraus die Intensität zu erhalten, verwenden wir

$$\begin{aligned} I_r(\varepsilon) &= m|E_r|^2 = m|E_0 \cdot (1 + e^{i\delta})|^2 \\ &= m|E_0 \cdot (e^{-i\delta/2} + e^{i\delta/2})e^{i\delta/2}|^2 \\ &= m|2E_0 \cdot \cos\left(\frac{\delta}{2}\right) \cdot e^{i\delta/2}|^2 \\ &= \underbrace{4m \cdot E_0^2}_{I_0} \cdot \cos^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \end{aligned}$$

Dies bedeutet:

$$I_r(\varepsilon) = I_0 \cdot \cos^2\left(\underbrace{\frac{\pi D \alpha}{\lambda}}_{\varepsilon}\right) \quad (5)$$

2.2.3 Spalt

In diesem Fall gehen wir vor wie eben und integrieren einfach über alle Partialwellen entlang des Spalts der Länge D :

$$\begin{aligned} E &= \frac{E_0}{D} \int_{-D/2}^{D/2} e^{i\frac{2\pi x \alpha}{\lambda}} dx \\ &= E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi D \alpha}{\lambda}\right)}{\frac{\pi D \alpha}{\lambda}} = E_0 \frac{\sin(\varepsilon)}{\varepsilon} \end{aligned}$$

Dies wird auch als Sinc-Funktion bezeichnet. Damit ergibt sich dann die Intensität zu

$$I_r(\varepsilon) \propto |E|^2 = E_0^2 \frac{\sin^2(\varepsilon)}{\varepsilon^2}$$

Es folgt:

$$I_r(\varepsilon) = I_0 \frac{\sin^2(\varepsilon)}{\varepsilon^2} \quad (6)$$

2.2.4 Steg

Mit Hilfe des Theorems von BABINET ist es möglich das Bild eines Steges auf das eines gleich breiten Spalts zurückzuführen. Es besagt, dass die Summe der Verteilungen komplementärer Objekte 0 ist:

$$E_{Spalt} + E_{Steg} = 0$$

Begründen kann man dies mit der Idee, dass hinter einem unendlich ausgedehntem Schirm Dunkelheit herrschen muss. Folglich sollte das Bild des Stegs bis auf eine Phasenverschiebung um π identisch zu dem des Spaltes sein. Da wir nur die Intensität wahrnehmen und messen, sollte sich also kein Unterschied ergeben. Da unsere Lichtquelle nicht voll monochromatisch und die Strahlen nicht exakt parallel sind, wird es aber etwas verschmiert sein.

2.2.5 Kreisblende

Die Kreisblende habe einen Durchmesser $D = 2R$. Wir parametrisieren sie mittels Polarkoordinaten (ρ, φ) . Nun bezeichne r den Abstand des gesuchten Punktes P_S auf dem Schirm zu einem Ursprungspunkt P in der Blende. Weiterhin seien x der Abstand von P_S zur Mitte des Schirms und a sein Abstand zur Mitte der Blende. Der Schirm befindet sich im Abstand r_0 von der Blende. Damit erhalten wir:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{r_0^2 + (x + \rho \cos \varphi)^2 + (\rho \sin \varphi)^2} \\ a &= \sqrt{r_0^2 + x^2} \\ \Rightarrow r &= \sqrt{a^2 + \rho^2 + 2x\rho \cos \varphi} \end{aligned}$$

Da $r_0 \gg R$ und damit $r_0 \gg \rho$, können wir guten Gewissens in der letzten Gleichung den ρ^2 -Term streichen und bis zur ersten Ordnung Taylor entwickeln. Somit kommen wir zu

$$r = a + \frac{x\rho \cos \varphi}{a},$$

was uns mit Gl. 4 direkt den Gangunterschied zwischen dem Strahl in der Mitte und den anderen liefert:

$$g(\rho, \varphi) = \frac{x}{a} \cdot \rho \cos \varphi = \sin \alpha \rho \cos \varphi$$

Hierbei ist α der Winkel zwischen a und r_0 . Jedes infinitesimale Flächenelement $\rho d\rho d\varphi$ der Blende liefert nun einen Beitrag

$$dE = E_0 \frac{\rho d\rho d\varphi}{\pi R^2} \cdot e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \rho \sin \alpha \cos \varphi},$$

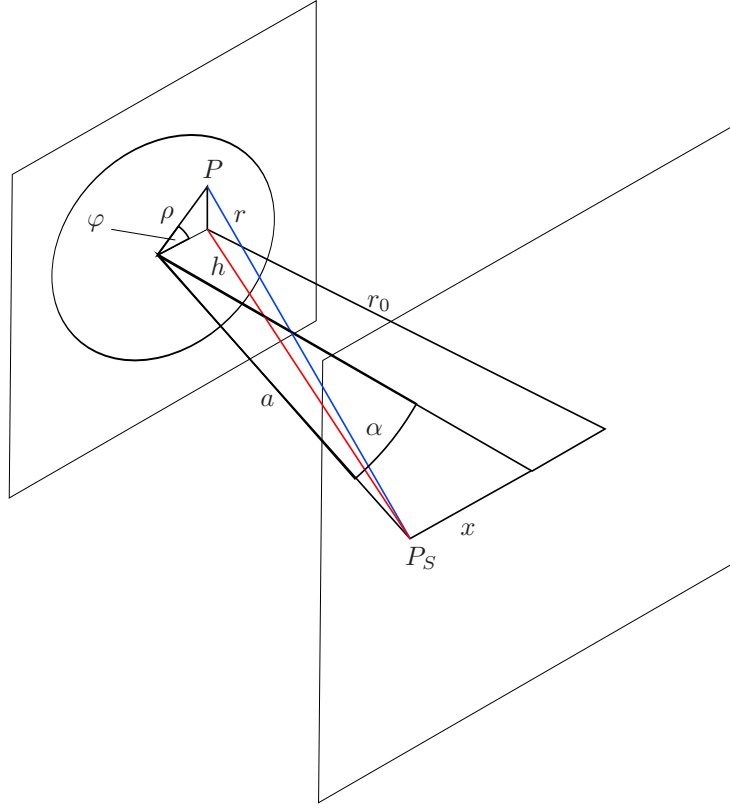


Abbildung 3: Schema der Kreisblende

was durch eine Integrations über die gesamte Blende dann zu

$$E = \frac{E_0}{\pi R^2} \int_0^R \rho d\rho \int_0^{2\pi} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \rho \sin \alpha \cos \varphi} d\varphi$$

führt. Mit der Besselfunktion $J_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix \cos \varphi} d\varphi$ und dem Zusammenhang $\int_0^\varepsilon x J_0(x) dx = -x J_1(x)$ können wir dies vereinfachen:

$$\begin{aligned} E &= \frac{2E_0}{R^2} \int_0^R \rho d\rho \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \rho \sin \alpha \cos \varphi} d\varphi \\ &= \frac{2E_0}{R^2} \int_0^R J_0\left(\frac{2\pi}{\lambda} \rho \sin \alpha\right) \rho d\rho \quad \text{nun ändern wir die Integrationsvariable:} \\ x &= \frac{2\pi}{\lambda} \rho \sin \alpha \\ \Rightarrow E &= \frac{2E_0}{R^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda} R \sin \alpha\right)^2} \cdot \int_0^{\left(\frac{2\pi}{\lambda} R \sin \alpha\right)} x \cdot J_0(x) dx \\ \Rightarrow E &= -2E_0 \frac{J_1\left(\frac{2\pi}{\lambda} R \sin \alpha\right)}{\left(\frac{2\pi}{\lambda} R \sin \alpha\right)} =: -2E_0 \frac{J_1(\varepsilon)}{\varepsilon} \end{aligned}$$

Schließlich ergibt sich so das Intensitätsprofil als

$$I = I_0 \cdot \left(\frac{J_1(\varepsilon)}{\varepsilon}\right)^2. \quad (7)$$

Dies entspricht etwa der quadratischen Sinc-Funktion im Falle des Spalts, nur eben in einer flächigen Variante, bestehend aus konzentrischen Ringen.

2.2.6 Gitter

Wir betrachten das Gitter als Zusammensetzung von N Spalten mit einer Stegbreite S und einer Spaltbreite D . Dann beginnt der n . Spalt bei $n \cdot (D + S)$ und endet bei $n \cdot (D + S) + D$. Somit erhalten wir analog zu Gl. 4:

$$E_n = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi\alpha D}{\lambda}\right)}{\frac{\pi\alpha D}{\lambda}} \cdot e^{i\frac{\pi\alpha D}{\lambda}} e^{i\frac{\pi\alpha n(D+S)}{\lambda}}$$

und somit das Gesamtfeld als Summe der partiellen Beiträge:

$$\begin{aligned} E &= \sum_0^{N-1} E_n \\ &= E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi\alpha D}{\lambda}\right)}{\frac{\pi\alpha D}{\lambda}} \cdot e^{i\frac{\pi\alpha D}{\lambda}} \sum_0^{N-1} e^{i\frac{\pi\alpha(D+S)}{\lambda} \cdot n} \\ &= E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi\alpha D}{\lambda}\right)}{\frac{\pi\alpha D}{\lambda}} \cdot e^{i\frac{\pi\alpha D}{\lambda}} \frac{e^{2i\frac{\pi\alpha(D+S)}{\lambda} \cdot N} - 1}{e^{2i\frac{\pi\alpha(D+S)}{\lambda}} - 1} \\ &= E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi\alpha D}{\lambda}\right)}{\frac{\pi\alpha D}{\lambda}} \cdot e^{i\frac{\pi\alpha D}{\lambda}} \frac{\sin\left(N\frac{\pi\alpha(D+S)}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi\alpha(D+S)}{\lambda}\right)} e^{2i\frac{\pi\alpha(D+S)}{\lambda} \cdot N-1} \end{aligned}$$

Die Intensitätsverteilung lautet also:

$$\begin{aligned} I &= I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi\alpha D}{\lambda}\right)}{\frac{\pi\alpha D}{\lambda}} \right)^2 \cdot \left(\frac{\sin\left(N\frac{\pi\alpha(D+S)}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi\alpha(D+S)}{\lambda}\right)} \right)^2 \\ &=: \underbrace{I_0 \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi\alpha D}{\lambda}\right)}{\frac{\pi\alpha D}{\lambda}} \right)^2}_{\text{Spaltfunktion}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin\left(N\frac{\pi\alpha(D+S)}{\lambda}\right)}{\sin\left(\frac{\pi\alpha(D+S)}{\lambda}\right)} \right)^2}_{\text{Gitterfunktion}} \end{aligned} \quad (8)$$

Da ε größer ist als das Argument der Spaltfunktion, wird die Intensitätsverteilung im wesentlichen durch die Gitterfunktion bestimmt.

3 Durchführung

3.1 Versuchsaufbau

Der eingesetzte He-Ne Laser liefert ein schwach divergierendes Lichtbündel, dessen Divergenzpunkt etwa 1m vor dem Laserausgang liegt. Es hat am Ausgang einen Durchmesser von 1mm und eine Strahlungsdichte am Ausgang von etwa 127 mW/cm^2 . Der Strahl wird dann mit Hilfe einer konkaven und einer konvexen Linse aufgefächert und parallelisiert um das zu untersuchende Objekt möglichst komplett auszuleuchten.

Die Intensität wird mit Hilfe einer Photodiode bestimmt, deren Messergebnisse direkt über einen AD-Wandler mit Hilfe einer Computer-Software ausgewertet werden. Die Position der Diode wird mit Hilfe des Rechners und eines Schrittmotors gesteuert.

3.2 Messung

In diesem Versuch wird die Intensitätsverteilung bei der Beugung an einem Spalt, einem Gitter, einem Steg, einer Kreisblende und einer Doppellochblende gemessen.

Vor der quantitativen Messung werden zunächst die Beugungsbilder der verschiedenen Körper qualitativ beobachtet. Die eigentliche Messung wird nun für jedes der zu untersuchenden Objekte ganz analog vorgenommen.

Der Abstand zwischen dem Beugungsobjekt und der Diode wird möglichst groß gewählt und dann notiert.

Zunächst wird jeweils mit der Photodiode die Photospannung an der Stelle des Hauptmaximums und des ersten Nebenmaximums bestimmt. Die Verstärkung des Messsignals wird nun so variiert, dass eine optimale Messempfindlichkeit gegeben ist.

Die eigentliche Aufnahme der Intensitätsverteilung verläuft dann computergesteuert. Hierbei ist darauf zu achten, dass möglichst viele der Nebenmaxima der symmetrischen Spektren vermessen werden. Damit die Positionen der Nebenmaxima genau bestimmt werden können, wird für jedes Objekt ein zweites Spektrum aufgenommen. Dabei wird bei der Einstellung der Messempfindlichkeit das erste Nebenmaximum als Maximalintensität angenommen. Auf diese Weise reicht die begrenzte Auflösung des AD-Wandlers aus, um auch Maxima höherer Ordnung zu identifizieren.

4 Auswertung

Eine graphische Darstellung der aufgenommenen Intensitätsverteilungen befindet sich im Anhang.

4.1 Bestimmung der charakteristischen Größe der Beugungsobjekte

Zunächst ermitteln wir aus den Messreihen für jedes Beugungsobjekt die Positionen x' der Intensitätsminima und -maxima. Wir verwenden hierzu, dass 400 Schritte des Motors 1 mm entsprechen. Nun normieren wir die Positionen x' bezüglich des Hauptmaximums und schreiben dafür x . Die Normierung wird so gewählt, dass der Wert $x = 0$ dem jeweiligen Hauptmaximum entspricht. Mit Hilfe des Abstands der Photodiode vom Beugungsobjekt l ermitteln wir so den Winkel α des Extremums:

$$\tan \alpha = \frac{x}{l} \quad (9)$$

Ab diesem Punkt muss nun auf die jeweilige Intensitätsverteilung des Beugungsobjekts eingegangen werden. Es werden die Winkel an denen die Intensität extremal wird benötigt. Der gemessene Abstand l ist

$$l = 0,685(15)m$$

für alle Körper.

4.1.1 Doppellochblende

Laut Gl. 5 hat die Intensitätsverteilung bei der Doppellochblende die Gestalt:

$$I(\varepsilon) \propto \cos^2 \varepsilon$$

Somit liegt ein Maximum vor, falls gilt:

$$\frac{\varepsilon}{\pi} = \pm z, \quad z = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Analog ergibt sich für ein Minimum:

$$\frac{\varepsilon}{\pi} = \pm z + 1/2, \quad z = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Wir können so jedem Extremum, abhängig von seiner Ordnung, einen Wert ε/π zuordnen. Diese Werte sind zusammen mit den zugehörigen Winkeln $\sin \alpha$, die sich aus Gl. 9 ergeben, in Tab. 1 zusammengetragen. Nun erinnern wir uns, dass ohne die im Theorieteil gemachte Näherung gilt:

$$\frac{\varepsilon}{\pi} = \frac{D}{\lambda} \sin \alpha$$

Damit ist es möglich, die Proportionalitätskonstante D/λ durch lineare Regression zu bestimmen. Die Regressionsgerade ist in Abb. 4 dargestellt. Es ergibt sich der Wert:

$$\frac{D}{\lambda} = 747(29)$$

Dabei kommt der Fehler lediglich durch das Regressionsverfahren zu Stande. Für die Korrelation r^2 zwischen ε/π und $\sin \alpha$ erhalten wir:

$$r^2 = -0.989$$

Wie bereits im Theorieteil erwähnt, ist die Wellenlänge des verwendeten He-Ne-Lasers $\lambda = 632,8 \text{ nm}$. Hiermit ist es uns letztlich möglich den Abstand der Blendenöffnungen D zu berechnen:

$$D = 0,472(19) \text{ mm}$$

4.2 Spalt

Bei der Auswertung der Beugung am Spalt gehen wir analog vor. Laut Gl. 6 gilt nun für die Intensität:

$$I(\varepsilon) \propto \frac{\sin^2 \varepsilon}{\varepsilon^2}$$

Diese Funktion wird minimal für $\sin \varepsilon = 0$ wobei $\varepsilon \neq 0$. Dies bedeutet:

$$\frac{\varepsilon}{\pi} = \pm z, \quad z = 1, 2, 3 \dots$$

Ein Problem stellt allerdings die Bedingung für die Maxima dar. Um diese exakt zu bestimmen, ist eine transzendente Gleichung numerisch zu lösen. Wie nehmen an

dieser Stelle an, dass die Maxima etwa dann vorliegen, wenn der Zähler maximal wird. Dies führt zu der Bedingung:

$$\frac{\varepsilon}{\pi} = \pm z + 1/2, \quad z = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Auch beim Spalt gilt wieder:

$$\frac{\varepsilon}{\pi} = \frac{D}{\lambda} \sin \alpha$$

Die sich so ergebenden Werte sind in Tab. 2 zu finden. Die Regression in Abb. 5 liefert:

$$\begin{aligned} \frac{D}{\lambda} &= -342(9) \\ r^2 &= -0,996 \end{aligned}$$

Damit erhalten wir eine Spaltbreite von:

$$D = 0.216(6) \text{ mm}$$

4.3 Steg

Gemäß dem Theorieteil verhält sich die Intensität bei der Beugung am Steg genau wie am Spalt. Damit erhalten wir auch bei den Extrema die gleichen Werte für ε/π . Die Werte sind in Tab. 3 zu finden. Hier liefert die Regression in Abb. 6:

$$\begin{aligned} \frac{D}{\lambda} &= -351(7) \\ r^2 &= -0,997 \end{aligned} \tag{10}$$

Die Stegbreite ist damit:

$$D = 0.222(5) \text{ mm}$$

4.4 Gitter

Bei der Betrachtung der Intensität am Gitter konzentrieren wir uns lediglich auf den in Gl. 8 als Gitterfunktion bezeichneten Faktor der Intensität. Wir verwenden somit:

$$I(\varepsilon) \propto \frac{\sin^2 N\varepsilon}{\sin^2 \varepsilon}$$

Auf Grund der geringen Auflösung unserer Messungen, war es uns nur möglich die Hauptmaxima hinreichend genau zu identifizieren. Diese treten auf, wenn der Nenner verschwindet. Das bedeutet:

$$\frac{\varepsilon}{\pi} = \pm z, \quad z = 0, 1, 2, 3 \dots$$

Im Fall des Gitters haben wir zudem die Beziehung:

$$\frac{\varepsilon}{\pi} = \frac{(D + S)}{\lambda} \sin \alpha$$

Die sich hieraus ergebenden Werten finden sich in Tab. 4. Die Regression in Abb. 7 ergibt:

$$\frac{(D+S)}{\lambda} = 396(40)$$

$$r^2 = 0,9794$$

Mit der bekannten Wellenlänge des Lasers erhalten wir so für $D+S$:

$$D+S = 2,5(3) \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

Hieraus können wir die Gitterkonstante $g = 1/(D+S)$ berechnen:

$$g = 3900(400) \text{ m}^{-1}$$

4.5 Kreisblende

Aus Gl. 7 geht hervor:

$$I(\varepsilon) \propto \left(\frac{J_1(\varepsilon)}{\varepsilon} \right)^2$$

Die Stellen, an denen diese Intensitätsverteilung extremal wird, entnehmen wir dem Praktikumsskript¹. Eine Zusammenstellung dieser Werte für ε/π und unserer Messwerte befindet sich in Tab. 5. Auch im Fall der Kreisblende zeigt die Herleitung der Intensitätsverteilung im Theorieteil

$$\frac{\varepsilon}{\pi} = \frac{D}{\lambda} \sin \alpha$$

Wir können also erneut den Proportionalitätsfaktor D/λ per linearer Regression (siehe Abb. 8) bestimmen:

$$\frac{D}{\lambda} = 269(14)$$

$$r^2 = 0,9916$$

Hier entspricht D dem Durchmesser der Kreisblende. Mit der bekannten Wellenlänge können wir diesen Durchmesser nun bestimmen:

$$D = 170(9) \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

4.6 Ermittlung der Wellenlänge λ

Für die Berechnung der Wellenlänge verwenden wir die Messwerte der beiden Beugungsobjekte bei dem die lineare Regression die beste Korrelation zwischen ε/π und $\sin \alpha$ liefert – in unserem Fall der Steg und der Spalt. Damit erhalten wir für diese Objekte aus unserer Messung:

$$\frac{D}{\lambda} = 351(7) \text{ sowie}$$

$$\frac{D}{\lambda} = 342(9)$$

Wir nehmen nun für die charakteristische Größe den Wert $D = 200 \mu\text{m}$ bzw. $D = 250 \mu\text{m}$ an. Dieser war auf der Versuchsanordnung notiert. Damit ergibt sich über eine Wichtung mit dem Korrelationskoeffizienten eine Wellenlänge von:

$$\lambda = 650(12) \text{ nm}$$

¹Peter Schaaf, Das Physikalische Praktikum, Universitätsverlag Göttingen, 2006, Seite 191

5 Einordnung der Ergebnisse

Die Intensitätsbilder zeigen qualitativ die in der Theorie beschriebenen Verläufe. Zum Teil war es aber nicht möglich ausreichend Maxima aufzunehmen, da die Diode entweder bereits ohne Verstärkung übersteuerte (wie im Falle des Stegs) oder selbst bei größter Verstärkung nicht viel mehr als ein Rauschen aufnahm.

Trotzdem sind die berechneten Werte für Spalt und Steg recht nahe an den Referenzwerten aus der Praktikumsanleitung mit $250\mu\text{m}$ respektive $200\mu\text{m}$. Die Abweichungen bei der Doppelochblende mit gemessenen $472\mu\text{m}$ ist dagegen recht groß. Hier sind im Skript $700\mu\text{m}$ angegeben. Es ist jedoch möglich, dass wir trotz sehr genauer Untersuchung in dem gut ausgeleuchten Versuchsraum doch die kleine Blende mit $D = 500\mu\text{m}$ gegriffen haben.

Bei der Auswertung des Beugungsbildes am Gitter (Abb. 7) deuten die systematischen Abweichungen der Messwerte von der Regressionsgeraden darauf hin, dass eventuell die Ordnungen der Maxima zu gering angenommen wurden. Die Qualität der aufgenommenen Spektren lässt jedoch leider keine exakte Einordnung der Maxima zu. Trotzdem liegt der für $D + S$ erhaltene Wert in der Größenordnung des Referenzwerts im Praktikumsskript von $285\mu\text{m}$. Er weicht von diesem um ca. 12% ab.

Bei der Kreisblende weicht der bestimmte Durchmesser D um ca. 16% vom Referenzwert von $200\mu\text{m}$ ab.

Alle Versuche zeigen aber einen recht hohen Korrelationsgrad, so dass die Theorie gut bestätigt wird. Auch die berechnete Wellenlänge ist zwar mit dem Fehlerintervall nicht ganz bei der theoretisch vermuteten, aber doch sehr nahe.

A Tabellen und Grafiken

Schritte	$x [10^{-3}m]$	$l [m]$	$\sin \alpha [-]$	$\varepsilon/\pi [-]$
17540	3.625	0.685	0.98261036639314	-4
17420	3.325	0.685	0.97943136776072	-3.5
17150	2.65	0.685	0.96817744355583	-3
17090	2.5	0.685	0.96445155270243	-2.5
16570	1.2	0.685	0.86846573819282	-2
16480	0.975	0.685	0.81824504264838	-1.5
16330	0.6	0.685	0.65889324760303	-1
16240	0.375	0.685	0.48019734403541	-0.5
16090	0	0.685	0	0
15970	-0.3	0.685	-0.40116955398194	0.5
15850	-0.6	0.685	-0.65889324760303	1
15700	-0.975	0.685	-0.81824504264838	1.5
15640	-1.125	0.685	-0.85412524288979	2
14990	-2.75	0.685	-0.97034970631857	2.5
14840	-3.125	0.685	-0.97680816380407	3
14780	-3.275	0.685	-0.97881849062647	3.5
14660	-3.575	0.685	-0.9821335914956	4

Tabelle 1: Extrema der Intensitätsverteilung mit der Doppellochblende

Schritte	$x [10^{-3}m]$	$l [m]$	$\sin \alpha [-]$	$\varepsilon/\pi [-]$
13050	-7,375	0,685	-0,01076579941223	4
13350	-6,625	0,685	-0,00967108054788	3,5
13700	-5,75	0,685	-0,00839386486518	3
14050	-4,875	0,685	-0,00711660810006	2,5
14400	-4	0,685	-0,00583931650246	2
14700	-3,25	0,685	-0,00474447214747	1,5
15050	-2,375	0,685	-0,00346713244527	1
15300	-1,75	0,685	-0,00255473618854	0,5
16000	0	0,685	0	0
16750	1,875	0,685	0,00273721602322	-0,5
16950	2,375	0,685	0,00346713244527	-1
17350	3,375	0,685	0,00492694749782	-1,5
17650	4,125	0,685	0,00602178862639	-2
18050	5,125	0,685	0,00748154243205	-2,5
18350	5,875	0,685	0,00857632690944	-3
18650	6,625	0,685	0,00967108054788	-3,5

Tabelle 2: Extrema der Intensitätsverteilung mit dem Spalt

Schritte	$x [10^{-3}m]$	$l [m]$	$\sin \alpha [-]$	$\varepsilon/\pi [-]$
12700	-8,3125	0,685	-0,01213414309768	4,5
13050	-7,4375	0,685	-0,01085702429126	4
13350	-6,6875	0,685	-0,00976230850236	3,5
13700	-5,8125	0,685	-0,00848509599325	3
14050	-4,9375	0,685	-0,00720784195533	2,5
14400	-4,0625	0,685	-0,00593055263847	2
14700	-3,3125	0,685	-0,00483570988303	1,5
15100	-2,3125	0,685	-0,00337589317165	1
15300	-1,8125	0,685	-0,00264597613892	0,5
16025	0	0,685	0	0
16700	1,6875	0,685	0,00246349617435	-0,5
16950	2,3125	0,685	0,00337589317165	-1
17350	3,3125	0,685	0,00483570988303	-1,5
17600	3,9375	0,685	0,00574808022062	-2
18050	5,0625	0,685	0,0073903091236	-2,5
18350	5,8125	0,685	0,00848509599325	-3
18650	6,5625	0,685	0,00957985235191	-3,5

Tabelle 3: Extrema der Intensitätsverteilung mit dem Steg

Art des Extremums	Schritte	$x' [10^{-3}m]$	$x [10^{-3}m]$	$l [m]$	$\sin \alpha [-]$	$\varepsilon/\pi [-]$
0. Max.	16020	40,050	0,0	0,685	0,0	0
1. Max. (links)	14910	37,275	-2,775	0,685	-0,00405	-1
1. Max. (rechts)	17130	42,825	2,775	0,685	0,00405	1
2. Max. (links)	14580	36,450	-3,600	0,685	-0,00525	-2
2. Max. (rechts)	17460	43,650	3,600	0,685	0,00525	2
3. Max. (links)	14280	35,700	-4,350	0,685	-0,00635	-3
3. Max. (rechts)	17820	44,550	4,500	0,685	0,00656	3

Tabelle 4: Extrema der Intensitätsverteilung mit dem Gitter

Art des Extremums	Schritte	$x' [10^{-3}m]$	$x [10^{-3}m]$	$l [m]$	$\sin \alpha [-]$	$\varepsilon/\pi [-]$
0. Max.	15990	39,975	0,0	0,685	0,0	0
1. Max. (links)	14550	36,375	-3,600	0,685	-0,00526	-1,6347
1. Max. (rechts)	17490	43,725	3,750	0,685	0,00547	1,6347
2. Max. (links)	13560	33,900	-6,075	0,685	-0,00887	-2,6793
2. Max. (rechts)	18510	46,275	6,300	0,685	0,00919	2,6793
1. Min. (links)	14850	37,125	-2,850	0,685	-0,00416	-1
1. Min. (rechts)	17130	42,825	2,850	0,685	0,00416	1
2. Min. (links)	13920	34,800	-5,175	0,685	-0,00755	-2
2. Min. (rechts)	18600	46,5	6,525	0,685	0,00953	2

Tabelle 5: Extrema der Intensitätsverteilung mit der Kreisblende

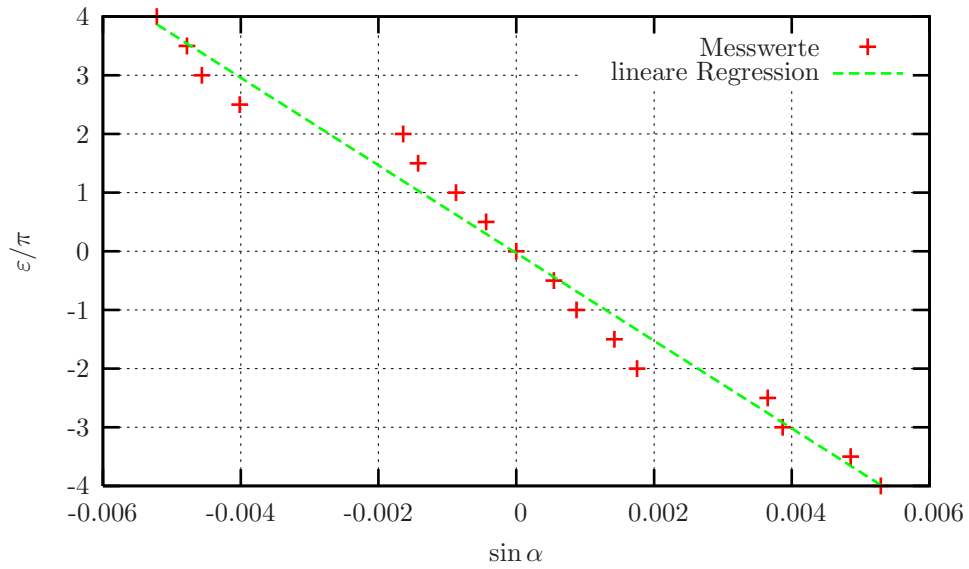


Abbildung 4: lineare Regression zur Bestimmung von D/λ bei der Doppellochblende

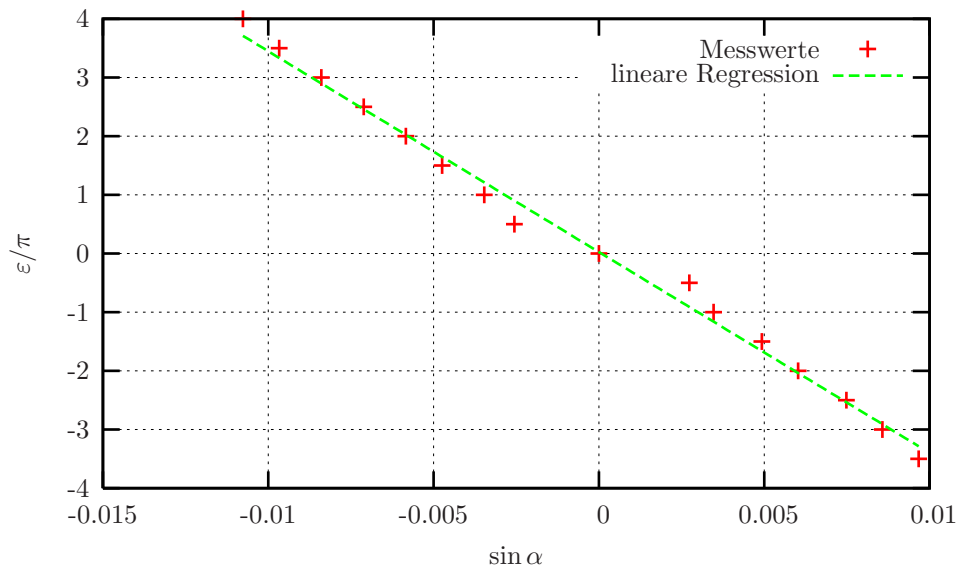
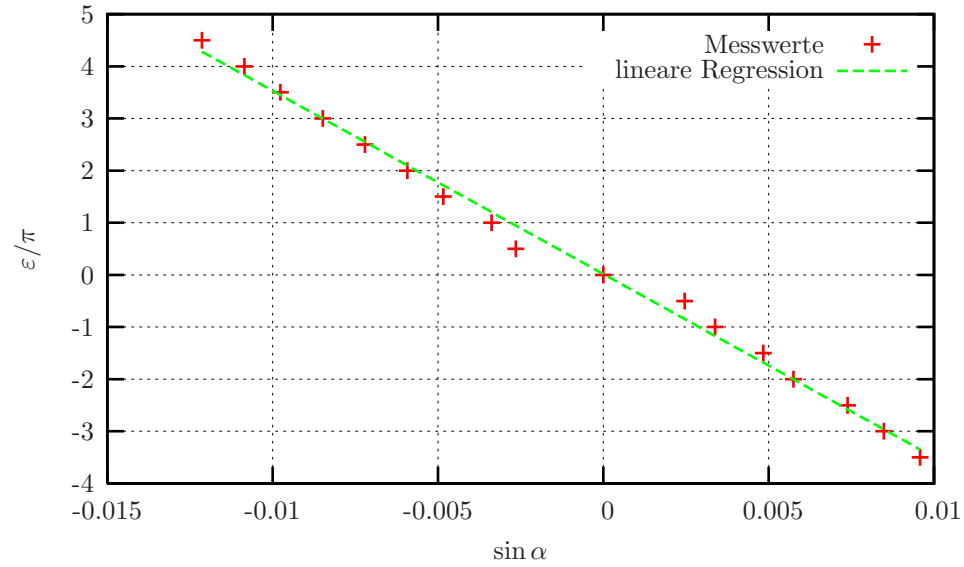
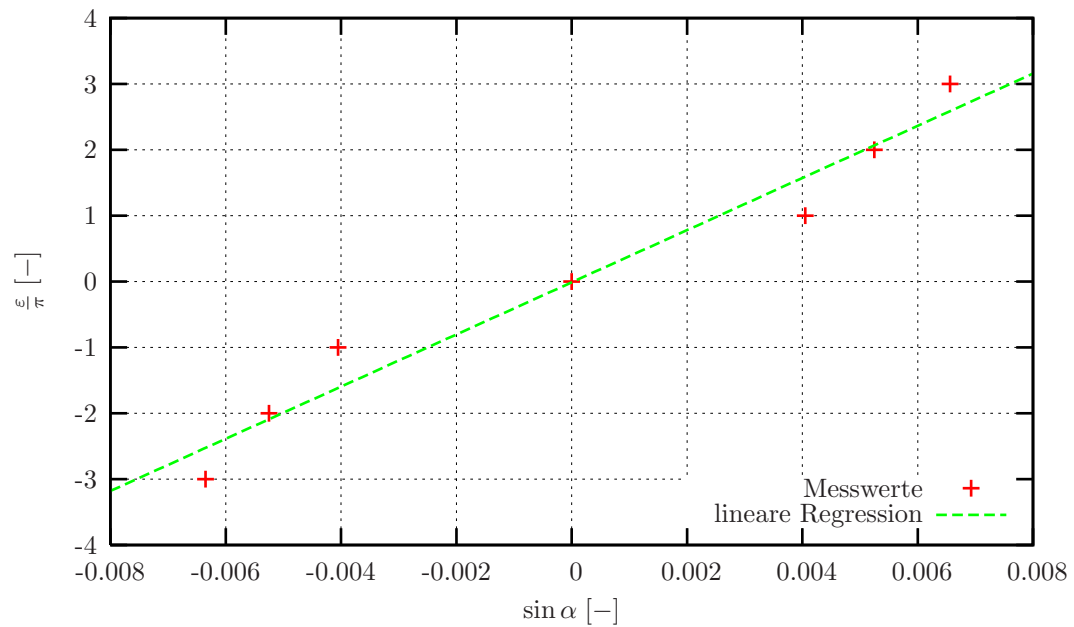


Abbildung 5: lineare Regression zur Bestimmung von D/λ beim Spalt

Abbildung 6: lineare Regression zur Bestimmung von D/λ beim StegAbbildung 7: lineare Regression zur Bestimmung von $(D + S)/\lambda$ beim Gitter

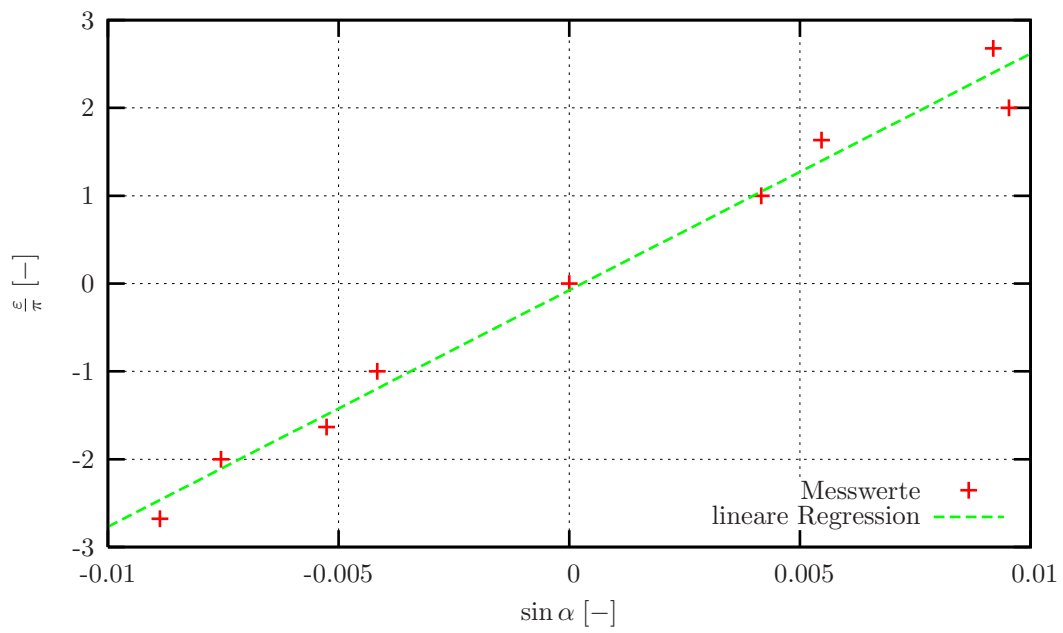


Abbildung 8: lineare Regression zur Bestimmung von D/λ bei der Kreisblende

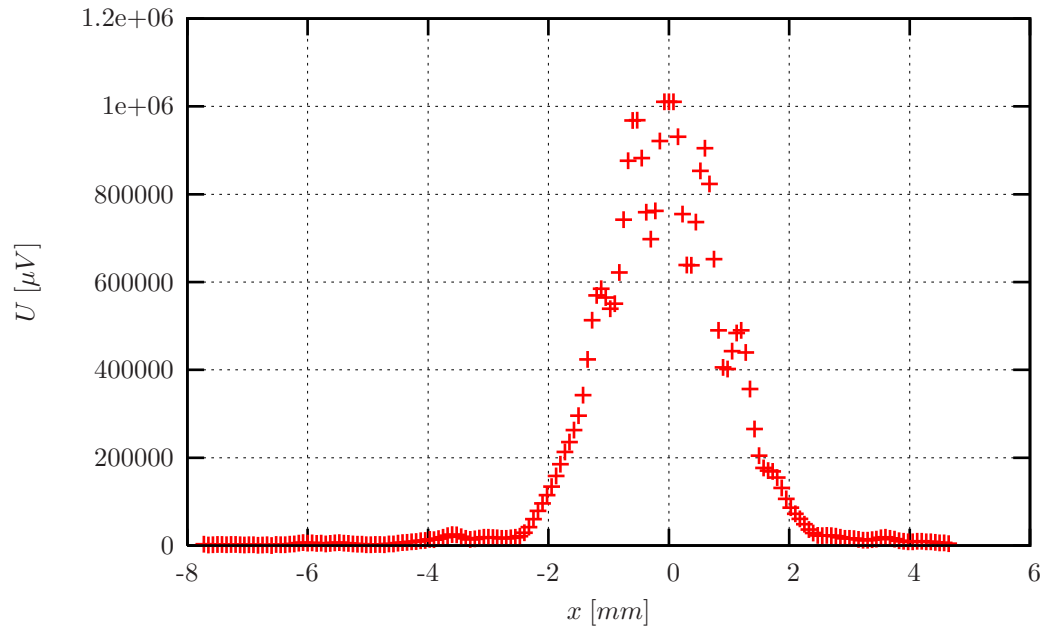


Abbildung 9: Intensitätsverteilung bei Beugung an einer Doppellochblende (mit Hauptmaximum)

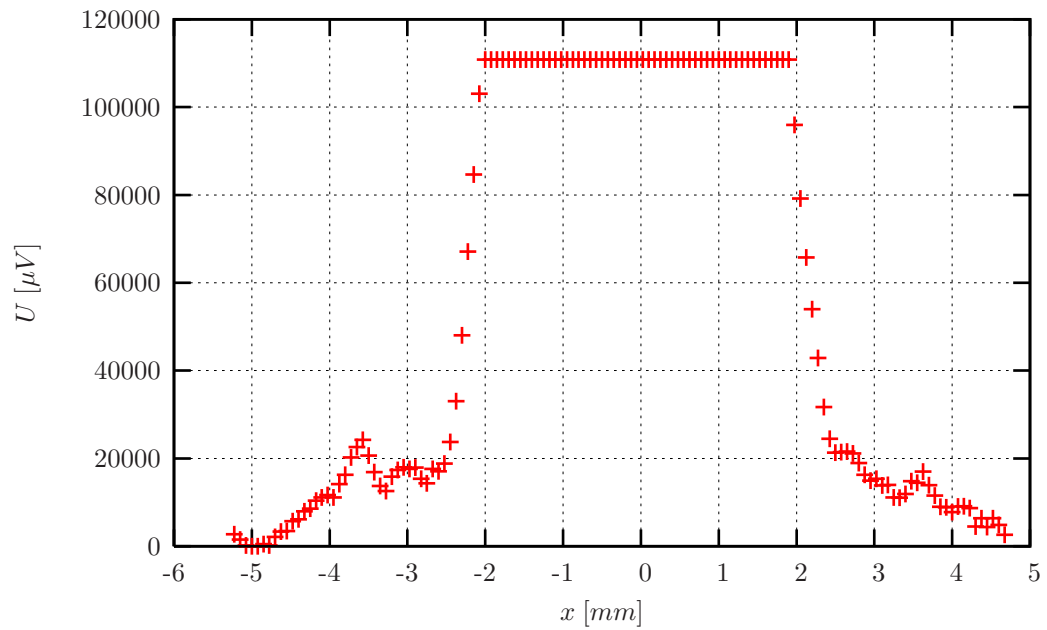


Abbildung 10: Intensitätsverteilung bei Beugung an einer Doppellochblende (ohne Hauptmaximum)

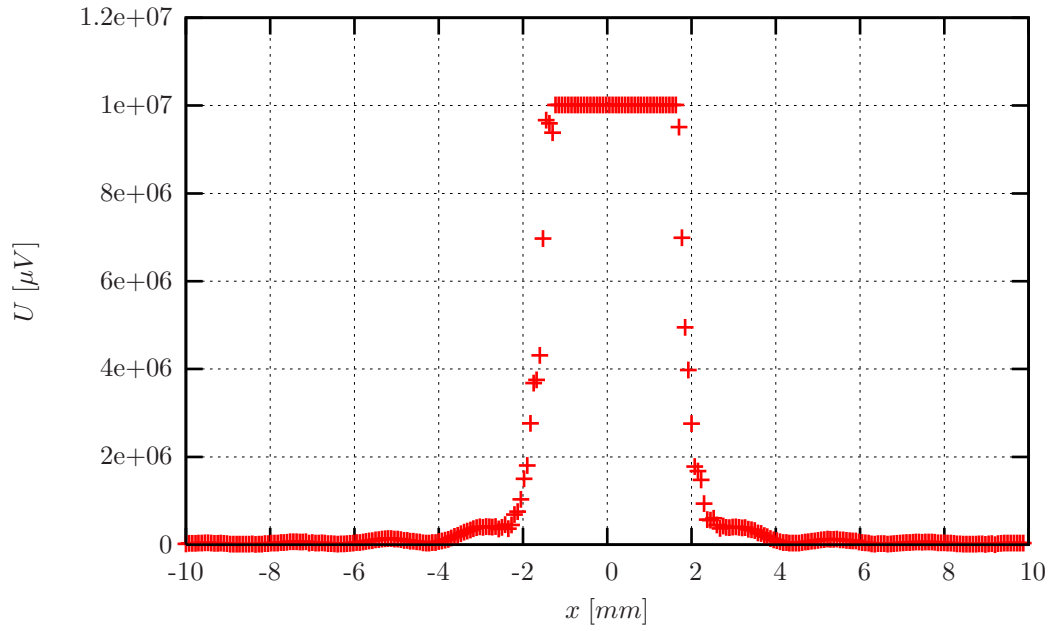


Abbildung 11: Intensitätsverteilung bei Beugung am Spalt (mit Hauptmaximum)

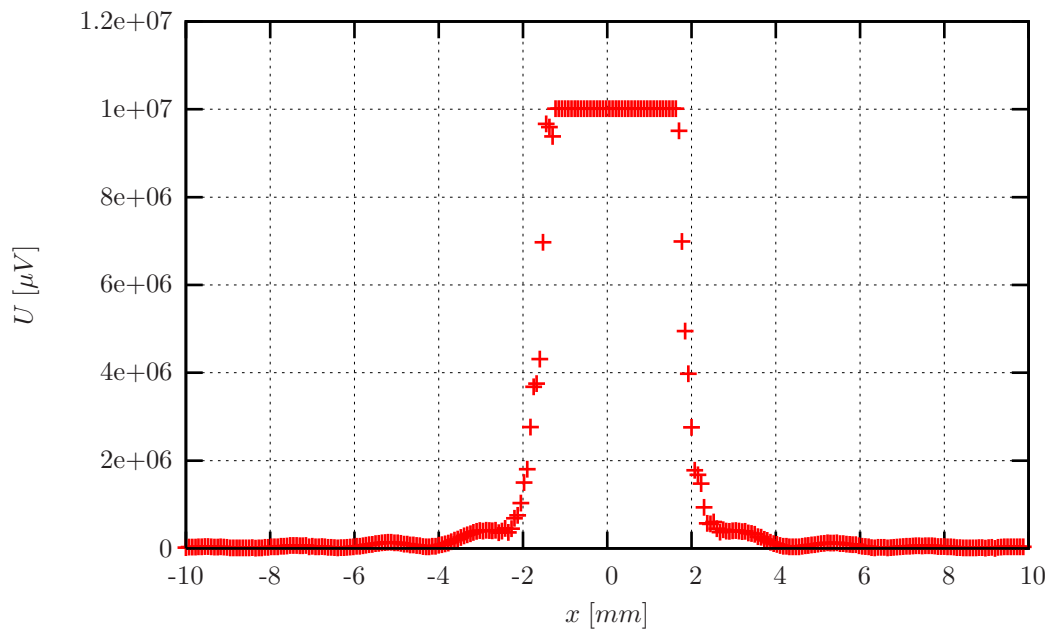


Abbildung 12: Intensitätsverteilung bei Beugung am Spalt (ohne Hauptmaximum)

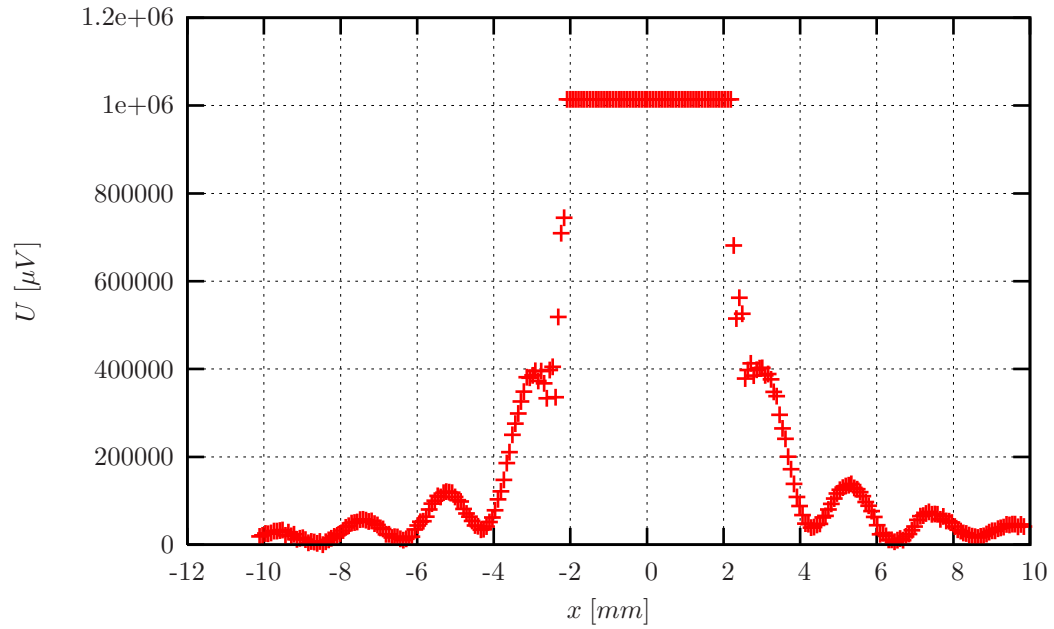


Abbildung 13: Intensitätsverteilung bei Beugung am Steg (ohne Hauptmaximum)

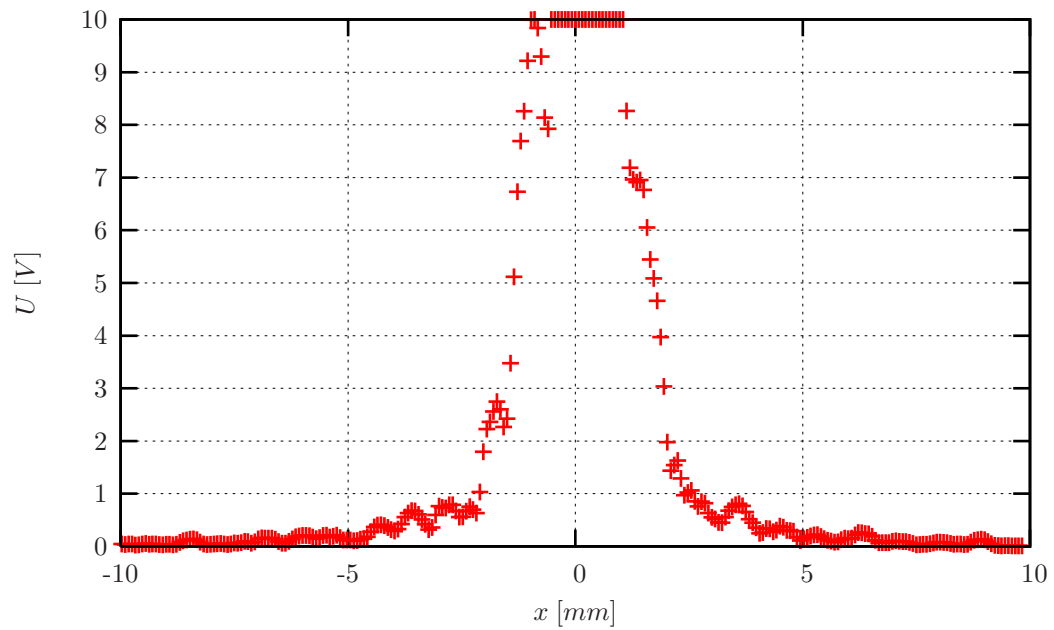


Abbildung 14: Intensitätsverteilung bei Beugung am Gitter (mit Hauptmaximum)

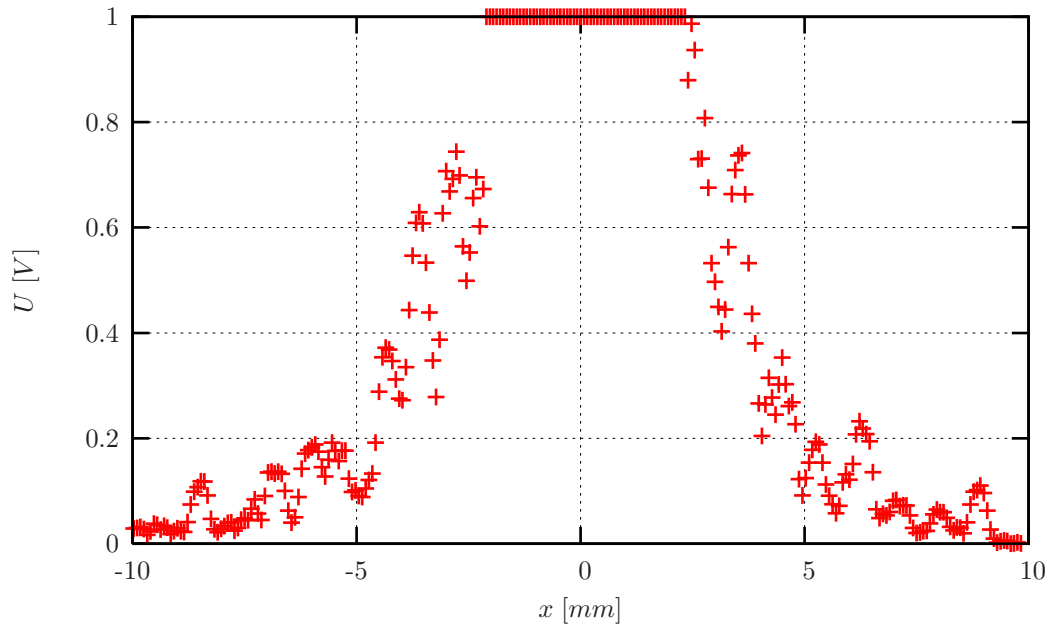


Abbildung 15: Intensitätsverteilung bei Beugung am Gitter (ohne Hauptmaximum)

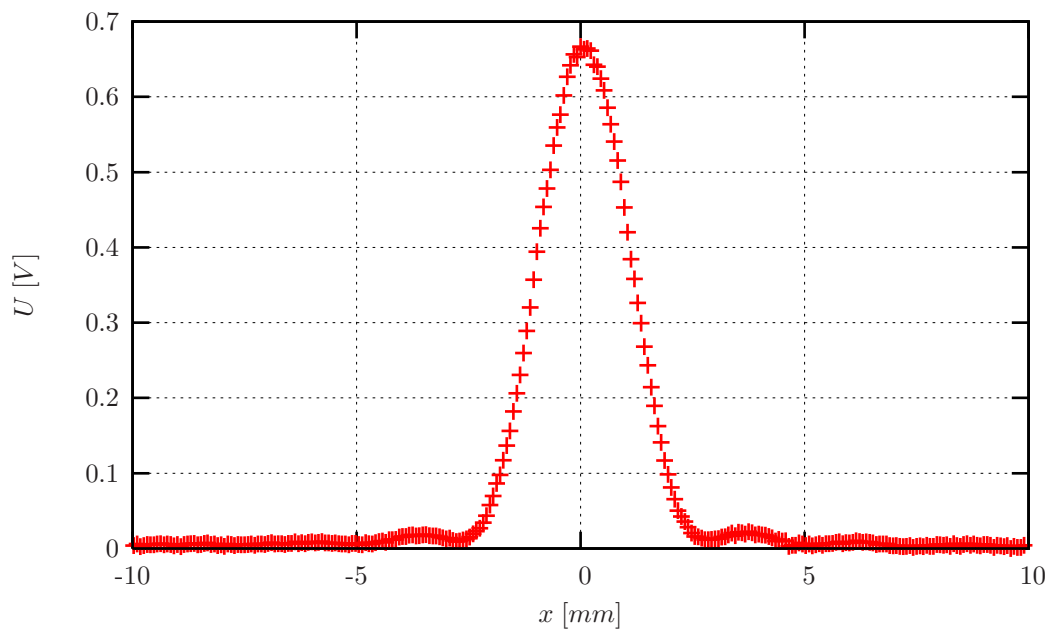


Abbildung 16: Intensitätsverteilung bei Beugung an der Kreisblende (mit Hauptmaximum)

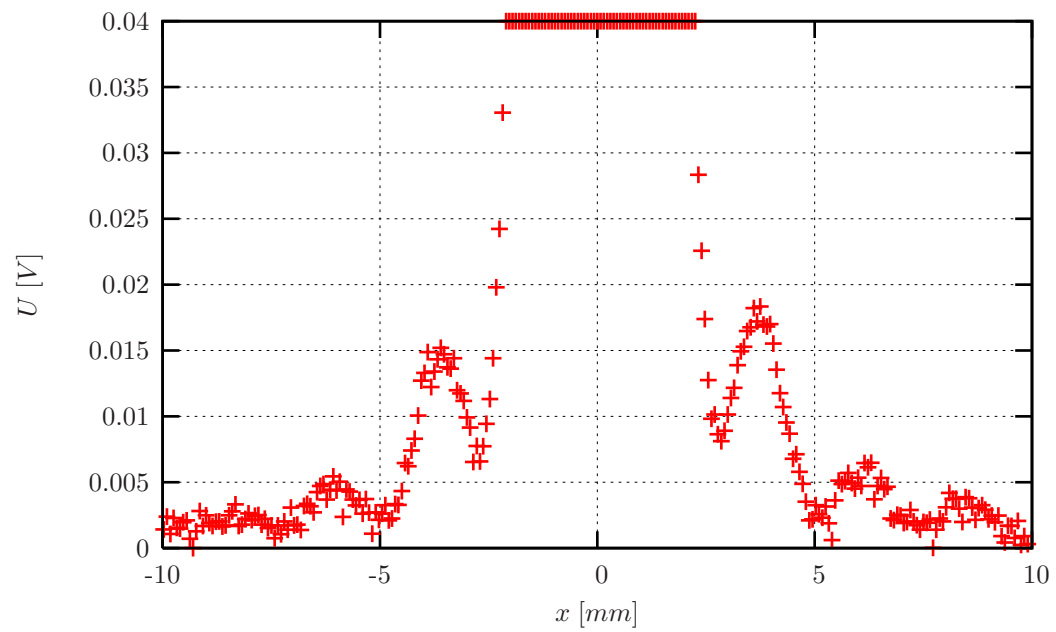


Abbildung 17: Intensitätsverteilung bei Beugung an der Kreisblende (ohne Hauptmaximum)