

Physikalisches A-Praktikum

Versuch 7

Der Adiabatenexponent

Praktikanten: Nils Kanning
Steffen Klemer
Durchgeföhrt am: 08.06.2006
Gruppe: 12
Assistent : Thomas Koepe

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Theorie	2
2.1	Grundlagen	2
2.1.1	Ideale Gase	2
2.1.2	Innere Energie und molare Wärmekapazität idealer Gase . .	3
2.1.3	Der erste Hauptsatz und Formen der Prozessführung	3
2.1.4	Die Poisson-Gleichung	4
2.2	Bestimmung des Adiabatenexponenten	5
2.2.1	Bestimmung nach Rüchardt	5
2.2.2	Bestimmung nach Clement-Desormes	6
2.2.3	Bestimmung über die Freiheitsgrade	9
2.3	Erreichbarkeit des absoluten Nullpunkts	9
3	Durchführung	10
3.1	Bestimmung nach Rüchardt	10
3.2	Bestimmung nach Clement-Desormes	11
4	Auswertung	11
4.1	Rüchardt	11
4.2	Clement-Desormes	12
4.3	Der Adiabatenexponent von Luft	13
5	Einordnung der Ergebnisse	13
A	Tabellen und Grafiken	15

1 Einleitung

In der Natur finden Zustandsänderungen von Gasen häufig adiabatisch statt. Das bedeutet, dass das Gas keine Wärme mit der Umgebung austauscht. Ein wichtiges Beispiel für dieses Phänomen ist die Ausbreitung von Schallwellen. Bei einer ausreichend hohen Frequenz ändert sich der Druck eines kleinen Volumens so schnell, dass der Wärmeaustausch mit der Umgebung vernachlässigbar ist.

Später werden wir zeigen, dass eine solche adiabatische Zustandsänderung mit Hilfe einer Eigenschaft des betrachteten Gases beschrieben werden kann. Diese Eigenschaft ist der Adiabatenexponent κ , welcher in diesem Versuch auf verschiedene Arten bestimmt wird.

2 Theorie

2.1 Grundlagen

2.1.1 Ideale Gase

Unter einem idealen Gas versteht man ein sehr einfaches Gasmodell. In diesem Modell besteht es aus einzelnen Molekülen, welche nur durch elastische Stöße miteinander wechselwirken. Weitere Wechselwirkungen zwischen den Molekülen, wie zum Beispiel elektromagnetische Kräfte, werden vernachlässigt. Außerdem werden die Moleküle als punktförmig angenommen. Viele Gase, Luft ist ein Beispiel, verhalten sich bei Normalbedingungen (normaler Luftdruck und Zimmertemperatur) trotzdem näherungsweise wie ein ideales Gas. Für einfache Betrachtungen ist es also sehr sinnvoll.

In der kinetischen Gastheorie folgert man aus diesen Annahmen für ein einatomiges ideales Gas die Relation:

$$pV = \frac{2}{3} N \frac{1}{2} m \overline{v^2} \quad (1)$$

Dabei ist p der Druck, V das Volumen, N die Anzahl der Moleküle und $\frac{1}{2} m \overline{v^2}$ die mittlere kinetische Energie eines Moleküls.

Weiter definiert man über die mittlere kinetische Energie nun die Temperatur T des Gases:

$$\overline{E_{kin}} = \frac{1}{2} m \overline{v^2} = \frac{3}{2} k T$$

Hier ist k die BOLTZMANN-Konstante.

Aus Gl. 1 erhalten wir somit die allgemeine Gasgleichung in der Form:

$$pV = N k T \quad (2)$$

Bisher wurde ein einatomiges Molekül diskutiert. Durch Stöße mit anderen Molekülen kann sich dieses in drei Raumrichtungen bewegen. Man schreibt ihm deshalb drei sogenannte Freiheitsgrade zu. Bei mehratomigen Molekülen können weitere Freiheitsgrade, beispielsweise die der Rotationen, auftreten. Jedem Freiheitsgrad kann nun eine Teilenergie zugeordnet werden. Durch statistische Überlegungen bekommt man schließlich den Gleichverteilungssatz, welcher besagt, dass sich die mittlere kinetische Energie gleichmäßig auf alle Freiheitsgrade f verteilt:

$$\overline{E_{kin}} = f \frac{1}{2} k T \quad (3)$$

2.1.2 Innere Energie und molare Wärmekapazität idealer Gase

Zunächst definieren wir nun die innere Energie U eines idealen Gases als die Summe der kinetischen Energie der N Moleküle:

$$U = N \overline{E_{kin}} = N f \frac{1}{2} k T$$

Im Folgenden werden wir stets ein Mol des Gases betrachten und erhalten so mit der allgemeinen Gaskonstante R und der AVOGADRO-Konstante N_A , die die Anzahl der Moleküle in einem Mol beschreibt:

$$U = N_A k \cdot f \frac{1}{2} T = R \cdot f \frac{1}{2} T \quad (4)$$

Führen wir einem Mol eines idealen Gases eine Wärmemenge ΔQ zu, so führt dies zu einer Temperaturänderung ΔT . Diese beiden Größen sind linear über die molare Wärmekapazität c verknüpft:

$$\Delta Q = c \Delta T$$

An dieser Stelle werden nun zwei Fälle unterschieden. Führt man die Wärmemenge ΔQ zu, ohne das sich das Volumen V ändert, so erhöht sich die innere Energie U gerade um diesen Betrag:

$$\Delta Q = \Delta U = f \frac{1}{2} R \Delta T \quad (5)$$

Somit erhalten wir für die molare Wärmekapazität bei konstantem Volumen c_V :

$$c_V = f \frac{1}{2} R \quad (6)$$

Nun betrachten wir den Fall, dass der Druck p konstant bleibt. Zunächst nehmen wir an, dass die Wärmemenge ΔQ bei konstantem Volumen zugeführt wurde. Dann steigt nach der allgemeinen Gasgleichung der Druck. Anschließend wird das Volumen expandiert um den ursprünglichen Druck wiederherzustellen. Hierzu muss jedoch Arbeit verrichtet werden. Um die Temperatur um das gleiche ΔT wie in Gl. 5 zu erhöhen, wird nun also eine andere Wärmemenge ΔQ benötigt:

$$\Delta Q = c_V \Delta T + p \Delta V \quad (7)$$

Mit der allgemeinen Gasgleichung im Falle eines Mols ($pV = RT$) erhält man so:

$$\Delta Q = (c_V + R) \Delta T$$

Damit ergibt sich die molare Wärmekapazität bei konstantem Druck c_p :

$$c_p = c_V + R = (f + 2) \frac{1}{2} R \quad (8)$$

2.1.3 Der erste Hauptsatz und Formen der Prozessführung

Der erste Hauptsatz der Thermodynamik hat den Charakter eines Energieerhaltungssatzes. Für ideale Gase besagt er, dass die Änderung der inneren Energie der zugeführten Wärmemenge abzüglich der dabei von Gas verrichteten Arbeit entspricht:

$$dU = dQ - pdV \quad (9)$$

Nun unterscheidet man verschiedene Formen der Prozessführung, wobei erneut ein Mol des Gases betrachtet wird.

Der isochore Prozess Beim isochoren Prozess ist das Volumen V konstant und damit $dV = 0$. Damit verrichtet das System keine Arbeit und die zugeführte Wärmemenge dQ erhöht die innere Energie um eben diesen Betrag. Mit Gl. 5 erhalten wir:

$$dQ = dU = c_V dT \quad (10)$$

Der isobare Prozess Ist der Druck konstant, so ergibt sich mit Gl. 7:

$$dQ = dU + p dV = c_p dT \quad (11)$$

Der isotherme Prozess Beim isothermen Prozess bleibt die Temperatur T konstant. Da nach Gl. 4 die innere Energie U nur von der Temperatur abhängt, ist $dU = 0$. Damit wird die zugeführte Wärmemenge komplett in Arbeit umgewandelt:

$$dQ = p dV \quad (12)$$

Der adiabatische Prozess Beim adiabaten Prozess tauscht das Gas keine Wärme mit der Umgebung aus. Es folgt $dQ = 0$. Hier ergibt sich mit Gl. 5:

$$dU = -pdV = c_V dT \quad (13)$$

Die Konsequenz aus diesem Zusammenhang soll nun im folgenden Abschnitt diskutiert werden.

2.1.4 Die Poisson-Gleichung

Wir setzen also eine adiabatische Zustandsänderung voraus. Mit der allgemeinen Gasgleichung für ein Mol erhalten wir aus Gl. 13:

$$-R \frac{dV}{V} = c_V \frac{dT}{T}$$

Die Integration auf beiden Seiten liefert:

$$\ln(V^R T^{c_V}) = konst.$$

Nach Exponenzieren und Anwendung der Relation $c_p = c_V + R$ (Gl. 8) folgt:

$$V^{c_p - c_V} T^{c_V} = konst.$$

Abschließend wird nun die c_V -te Wurzel gezogen:

$$V^{\frac{c_p}{c_V} - 1} T = konst.$$

An diesem Punkt stellt sich heraus, dass das Verhältnis $\frac{c_p}{c_V}$ charakteristisch für adiabatische Prozesse ist und man nennt es deswegen den Adiabatenexponent κ . Mit dieser Definition und einer erneuten Anwendung der allgemeinen Gasgleichung lässt sich die eben erhaltene POISSON-Gleichung auf zwei verschiedene Arten schreiben:

$$V^{\kappa - 1} T = konst. \quad (14)$$

$$V^\kappa p = konst. \quad (15)$$

2.2 Bestimmung des Adiabatenexponenten

2.2.1 Bestimmung nach Rüchardt

Um den Adiabatenexponenten κ experimentell zu bestimmen, kann ein mit Gas gefüllter Kolben mit dem Volumen V verwendet werden, auf dem eine Röhre vertikal aufgesetzt ist (Abb. 1). In diese Röhre bringen wir nun eine Kugel der Masse m , welche den Querschnitt A der Röhre ausfüllt. Auf Grund des Drucks p innerhalb des Kolbens fällt die Kugel nicht auf den Boden, sondern wird an einer Stelle in der Röhre gehalten. Dort kompensieren sich die Gewichtskraft der Kugel mit der aus dem Außendruck b resultierenden Kraft gegen die vom Innendruck p erzeugte Kraft:

$$\begin{aligned} F_{p_{\text{innen}}} &= F_{p_{\text{außen}}} + F_g \\ p A &= b A + m g \end{aligned} \quad (16)$$

Hierbei ist g die Fallbeschleunigung.

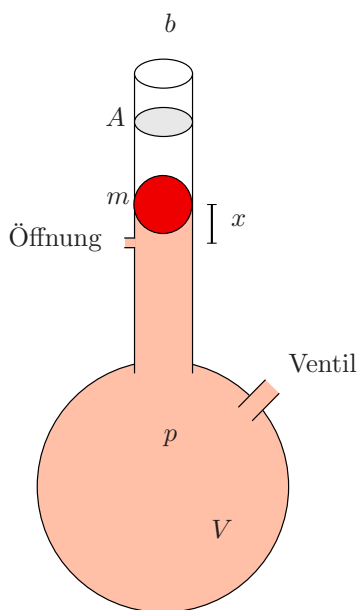


Abbildung 1: Versuchsaufbau zur Bestimmung des Adiabatenexponenten κ nach RÜCHARDT

Wird die Kugel nun aus diesem Gleichgewicht um eine kleine Länge x ausgelenkt, so hat dies eine Änderung des Drucks um dp zur Folge. Somit herrscht kein Kräftegleichgewicht mehr. Nach dem zweiten NEWTONSchen Gesetz lässt sich die resultierende Gesamtkraft auf die Kugel schreiben als:

$$dp A = m \ddot{x} \quad (17)$$

Da auf Grund der Kolbenform nur ein kleiner Teil des Gases im direkten thermischen Kontakt mit der Umgebung steht, wird nun angenommen, dass die Zustandsänderung adiabatisch verläuft. Die Differentiation der POISSON-Gleichung (Gl. 15) nach V liefert:

$$\frac{d(p V^\kappa)}{dV} = p \kappa V^{\kappa-1} + \frac{dp}{dV} V^\kappa = 0$$

Zusammen mit Gl. 17 und $dV = Ax$ erhalten wir so die Bewegungsgleichung der Kugel:

$$-\frac{p\kappa A^2}{V}x = m\ddot{x} \quad (18)$$

Diese Differentialgleichung beschreibt eine harmonische, ungedämpfte Schwingung. Sie hat eine periodische Lösung mit der Periodendauer T , wobei:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{mV}{\kappa p A^2}}$$

Über die Periodendauer T können wir somit den Adiabatenexponenten κ bestimmen:

$$\kappa = \frac{4\pi^2 mV}{pA^2 T^2}$$

Drücken wir den Querschnitt A durch den Durchmesser d der Rohres aus, so folgt mit $A = \pi \frac{d^2}{4}$ die Beziehung:

$$\kappa = \frac{64mV}{pd^4 T^2}$$

Schließlich wird noch betrachtet, dass nicht nur die Kugel im Rohr schwingt, sondern auch die Gassäule ober- und unterhalb der Kugel. Für die Höhe dieser Gassäule verwenden wir die doppelte Amplitude der Schwingung der Kugel. Wir verwenden somit an Stelle der Masse der Kugel m eine effektive Masse m_{eff} , die sich aus der Masse der Kugel und der der Gassäule zusammensetzt:

$$m_{eff} = m + m_{gas}$$

Mit dieser Korrektur ergibt sich:

$$\kappa = \frac{64m_{eff}V}{pd^4 T^2}$$

In der praktischen Umsetzung kommt es bei dem bis hierhin geschilderten Aufbau zur Bestimmung des Adiabatenexponenten zu dem Problem, dass auf Grund der Reibung der Kugel an der Röhre und des ebenfalls an dieser Stelle austretenden Gases die Schwingung der Kugel nicht ungedämpft ist. Aus diesem Grund wird der Versuchsaufbau so modifiziert, dass durch ein Ventil stets Gas in den Kolben strömt. Außerdem befindet sich auf Höhe der Gleichgewichtslage der Kugel eine Öffnung durch die Gas ausströmen kann (Abb. 1). Durch dieses System wird der durchschnittliche Druck in der Röhre konstant gehalten und der Energieverlust der Schwingung wird ausgeglichen.

2.2.2 Bestimmung nach Clement-Desormes

Die Bestimmung des Adiabatenexponenten nach CLEMENT-DESORMES beruht auf dem Druck in einem mit Gas gefüllten Gefäß vor und nach einer definierten Abfolge von Zustandsänderungen (Abb. 2).

Zunächst liegt das Gas in einem Gefäß mit dem Volumen V_0 bei Umgebungsbedingungen vor. Das heißt, die Temperatur entspricht der Umgebungstemperatur T_0 und der Druck dem umgebenden Luftdruck b . Nun wird der Druck bei konstantem

Volumen erhöht. Dies führt zu einer Erwärmung des Gases. Nach einer gewissen Zeitspanne gleicht sich die Temperatur des Gases wieder mit der, des umgebenden Reservoirs, an. Dabei wird ein Teil der Druckerhöhung wieder abgebaut.

Den nun vorliegenden Zustand bezeichnen wir als *Zustand A*. Er wird durch die Temperatur T_0 einen Druck $b + \Delta p_1$ und das Volumen V_0 charakterisiert.

Dann wird das Gas durch ein geöffnetes Ventil kurzzeitig gegen den Außendruck b expandiert. Da das Ventil nur kurz geöffnet ist, findet kaum Wärmeaustausch statt und dieser Prozess kann als annähernd adiabatisch angenommen werden. Nach der Expansion befindet sich das Gas im *Zustand B*. Auf Grund der gegen den Außendruck verrichteten Arbeit, ist die Temperatur auf $T_0 - \Delta T$ gesunken. Der Druck hat sich mit der Umgebung zu b angeglichen und das Volumen beträgt $V_0 + \Delta V$.

Durch Schließen des Ventils wird dann das Volumen auf V_0 verringert. Dabei ändert sich weder die Temperatur $T_0 - \Delta T$ noch der Druck b . Die nun vorliegende Konfiguration nennen wir *Zustand C*.

Danach findet ein Wärmeaustausch zwischen der Umgebung und dem Gas statt. Bei diesem isochoren Prozess nimmt das Gas die Temperatur T_0 des Reservoirs an. Gleichzeitig erhöht sich der Druck zu $b + \Delta p_2$. Die eingetretene Situation nennen wir *Zustand D*.

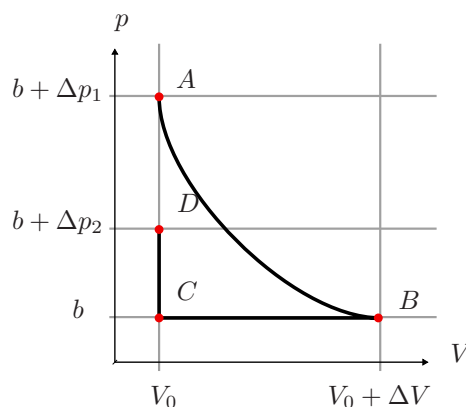


Abbildung 2: Zustandsdiagramm bei der Bestimmung des Adiabatenexponenten κ nach Clement-Desormes

Diese Prozessfolge wird nun quantitativ diskutiert. Da die Änderung von *Zustand A* zu *Zustand B* adiabatisch erfolgt, erhalten wir mit Gl. 14 und Gl. 15 die Beziehungen:

$$(b + \Delta p_1)V_0^\kappa = b(V_0 + \Delta V)^\kappa \quad (19)$$

$$T_0 V_0^{\kappa-1} = (T_0 - \Delta T)(V_0 + \Delta V)^{\kappa-1} \quad (20)$$

Da $V_0 \gg \Delta V$, ergibt sich nach einer Taylornäherung:

$$(V_0 + \Delta V)^\kappa \approx V_0^\kappa + \kappa V_0^{\kappa-1} \Delta V$$

Damit lässt sich Gl. 19 schreiben als:

$$(b + \Delta p_1)V_0^\kappa = b(V_0^\kappa + \kappa V_0^{\kappa-1} \Delta V)$$

Schließlich vereinfacht sich dies zu:

$$\frac{\Delta p_1}{b} = \frac{\kappa \Delta V}{V_0} \quad (21)$$

Gl. 20 schreiben wir nach einer analogen Taylornäherung als:

$$T_0 V_0^{\kappa-1} = (T_0 - \Delta T)(V_0^{\kappa-1} + (\kappa - 1) V_0^{\kappa-2} \Delta V)$$

Es folgt:

$$\frac{\Delta V}{V_0} (\kappa - 1)(T_0 - \Delta T) = \Delta T$$

Da $T_0 \gg \Delta T$, nähern wir $T_0 - \Delta T \approx T_0$ nach dem Satz von Taylor und erhalten:

$$\frac{\Delta V}{V_0} (\kappa - 1) = \frac{\Delta T}{T_0} \quad (22)$$

Aus Gl. 21 und Gl. 22 ergibt sich nun die Beziehung:

$$\frac{\Delta T}{T_0} = \frac{\kappa - 1}{\kappa} \frac{\Delta p_1}{b} \quad (23)$$

An dieser Stelle folgt nun die Betrachtung des isochoren Prozesses von *Zustand C* zu *Zustand D*. Aus der allgemeinen Gasgleichung (Gl. 2) ergibt sich auf Grund des konstanten Volumens:

$$\frac{T_0}{b + \Delta p_2} = \frac{T_0 - \Delta T}{b}$$

Hieraus folgt:

$$\frac{b}{b + \Delta p_2} = 1 - \frac{\Delta T}{T_0}$$

Zusammen mit der, aus dem adiabatischen Prozess gewonnenen, Information (Gl. 23) folgt die Beziehung:

$$\frac{b}{b + \Delta p_2} = \frac{b \kappa - \Delta p_1 \kappa + \Delta p_1}{b \kappa}$$

Nun verwenden wir in einer letzten Näherung, dass $\Delta p_1 \Delta p_2 \ll b(\Delta p_1 - \Delta p_2)$ und gelangen zu einer Bestimmungsgleichung für den Adiabatenexponenten κ :

$$\kappa = \frac{\Delta p_1}{\Delta p_1 - \Delta p_2}$$

Für die Bestimmung der Druckdifferenz werden wir ein U-Rohr-Manometer verwenden. Bei diesem wird eine Höhendifferenz Δh zwischen zwei Flüssigkeitssäulen durch eine Druckdifferenz Δp hervorgerufen. Mit der Dichte der verwendeten, als inkompressibel angenommenen, Flüssigkeit ρ , dem Querschnitt der Säulen A und der Fallbeschleunigung g erhalten wir das Kräftegleichgewicht:

$$\Delta p A = \rho g \Delta h A$$

Setzen wir dies in die obige Gleichung für den Adiabatenexponenten κ ein, erhalten wir eine von der Dichte der Flüssigkeit ρ unabhängige Gleichung zur Bestimmung von κ :

$$\kappa = \frac{\Delta h_1}{\Delta h_1 - \Delta h_2} \quad (24)$$

2.2.3 Bestimmung über die Freiheitsgrade

Aus den im Zusammenhang von Gl. 6 und 8 gemachten Überlegungen folgt sofort, dass bei bekannter Anzahl der Freiheitsgrade eines näherungsweise idealen Gases der Adiabatenexponent κ auch theoretisch bestimmt werden kann:

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} = \frac{f + 2}{f} \quad (25)$$

In diesem Versuch werden wir den Adiabatenexponenten von Luft (vornehmlich Stickstoff N_2), Argon (Ar) und Kohlendioxid (CO_2) untersuchen. Da Stickstoff zweiatomig ist, kommen zu den drei Freiheitsgraden der Translation noch zwei weitere der Rotation hinzu. Argon ist einatomig und somit kommen hier lediglich die drei Freiheitsgrade der Translation zum Tragen. Kohlendioxid hat, obwohl es dreiatomig ist, auf Grund der geradlinigen Anordnung nur zwei Rotationsfreiheitsgrade. Die sich daraus ergebenden Adiabatenexponenten sind in Tab. 1 zusammengetragen.

	Freiheitsgrade f	Adiabatenexponent κ
Luft (N_2)	5	1,4
Argon (Ar)	3	1,67
Kohlendioxid (CO_2)	5	1,4

Tabelle 1: Adiabatenexponent κ verschiedener Gase bestimmt über die Freiheitsgrade

Bei dieser Betrachtung müssen keine Schwingungsfreiheitsgrade berücksichtigt werden, da diese erst bei signifikant höheren Temperaturen zum Tragen kommen.

2.3 Erreichbarkeit des absoluten Nullpunkts

In der oben skizzierten Theorie der idealen Gase folgt aus der Definition der Temperatur, dass es einen ausgezeichneten absoluten Nullpunkt dieser gibt. In diesem Fall haben die Gasmoleküle keine mittlere kinetische Energie. Es stellt sich heraus, dass auch, wenn man von dem Modell des idealen Gases zu realen Stoffen übergeht, die Temperaturskala mit einem absoluten Nullpunkt $T_0 = 0$ Bestand hat.

Möchte man einen Körper bis zur Temperatur T_0 abkühlen, so stehen mehrere Prozesse zur Auswahl. Man stellt aber fest, dass man dem Körper keine Wärmemenge dQ entziehen kann, denn hierzu wird ein Körper benötigt, der eine geringere Temperatur besitzt, sich also bereits am absoluten Nullpunkt der Temperatur befindet müsste. Somit verbleiben nur adiabatische Prozesse, bei denen keine Wärme ausgetauscht wird ($dQ = 0$).

Mit Hilfe der Entropie S , lässt sich ein adiabatischer Prozess beschreiben durch:

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV + \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_p dT = 0$$

Für die Temperaturänderung ergibt sich so:

$$dT = - \frac{(\partial S / \partial V)_T}{(\partial S / \partial T)_p} dV \quad (26)$$

Nun lässt sich der Zähler auf Grund der Definition der Entropie S und jener der Wärmekapazität c_p schreiben als:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta S}{\Delta T}\right)_p = \lim_{\Delta T \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta Q}{T \Delta T}\right)_p = \frac{c_p}{T}$$

Den Nenner kann man auch schreiben als:

$$(\partial S / \partial V)_T V = \frac{\partial}{\partial V} \frac{\partial(U + T S)}{\partial T} \quad (27)$$

An dieser Stelle ist nun der sogenannte dritte Hauptsatz der Thermodynamik von Bedeutung. Dieser besagt, dass die Entropie so festgelegt werden kann, dass sie für gegen null strebende Temperaturen verschwindet:

$$\lim_{T \rightarrow 0} S(T) = 0$$

Hiermit folgt aus Gl. 27:

$$\lim_{T \rightarrow 0} \left(\frac{\partial(U + T S)}{\partial T}\right) = \frac{\partial(U)}{\partial T} = c_V$$

Damit erhalten wir für eine infinitesimale Temperaturänderung dT nahe dem Nullpunkt $T_0 = 0$:

$$dT = -T \frac{c_V}{c_p}$$

An dieser Stelle wird deutlich, dass bei sinkenden Temperaturen T auch die Änderung der Temperatur dT verschwindet. Damit wird der absolute Nullpunkt nie erreicht.

3 Durchführung

3.1 Bestimmung nach Rüchardt

Zunächst wird der Adiabatenexponent κ nach der, im Theorieteil beschriebenen, Methode von RÜCHARDT bestimmt. Hierzu wird das in Abb. 1 zu sehende Ventil so geöffnet, dass das zu untersuchende Gas mit einem Überdruck von 0,5 bis 1,0 bar in den Kolben strömt. Um sicherzustellen, dass der Kolben vollständig mit dem Probegas gefüllt ist, wird für etwa drei Minuten ein weiteres Entlüftungsventil geöffnet und so der Kolben *durchgespült*. Nachdem das Entlüftungsventil wieder geschlossen ist, wird die Gasversorgung so reguliert, dass sich eine, zu der ebenfalls in Abb. 1 gezeigten, Öffnung symmetrische Schwingung einstellt. Mit Hilfe einer Lichtschranke wird nun die Periodendauer T der Schwingung der Kugel bestimmt. Diese Bestimmung erfolgt durch wiederholte Messung über mehrere Schwingungsperioden. Währenddessen wird außerdem die Schwingungsamplitude bestimmt.

Bevor die Messung für weitere Probegase fortgesetzt werden kann, wird der Kolben, wie oben bereits beschrieben, erneut für etwa drei Minuten mit dem neuen Probegas durchströmt.

Als Probegase werden in diesem Teilversuch Luft, Argon und Kohlendioxid verwendet.

Schließlich wird der Luftdruck b mit einem Barometer bestimmt. Außerdem werden das Volumen des Kolbens V , der Innendurchmesser der Röhre d und die Masse der Kugel m benötigt.

3.2 Bestimmung nach Clement-Desormes

In diesem Teilversuch wird der Adiabatenexponent κ von Luft nach der Methode von CLEMENT-DESORMES bestimmt. Zunächst muss der im Theorieteil beschriebene Ausgangszustand hergestellt werden. Dazu öffnen wir das Entlüftungsventil des verwendeten Gefäßes und warten eine kurze Zeit, um sicherzustellen, dass sich sowohl der Druck als auch die Temperatur im Gefäß an den Umgebungsdruck b bzw. die Umgebungstemperatur T_0 angepasst haben. Nun wird der Druck im Gefäß mit einem Blasebalg erhöht und erneut kurz abgewartet um Temperatúrausgleich mit der Umgebung zu ermöglichen. Jetzt kann der im Gefäß verbleibende Überdruck Δp_1 mit dem U-Rohr-Manometer bestimmt werden. Anschließend wird das Entlüftungsventil erneut für eine kurze Zeitspanne $\Delta\tau$ geöffnet und danach ein zweites Mal der Überdruck Δp_2 bestimmt.

Die bis hierhin beschriebene Messung wird für einige Öffnungszeiten $\Delta\tau$ wiederholt.

Aus den Druckmessungen erhalten wir die, zur Auswertung benötigten, Höhendifferenzen der Flüssigkeitssäule (Δh_1 und Δh_2) des Manometers.

4 Auswertung

4.1 Rückhardt

Da der Rohrrinnendurchmesser d , die Masse der Kugel m und das Volumen des Kolbens V ohne Fehlerangaben gegeben waren, werden wir diese in der folgenden Auswertung als exakt annehmen.

Zunächst muss der Luftdruck aus der gemessenen Höhe der Quecksilbersäule des Barometers bestimmt werden. Dabei entspricht eine 1 mm hohe Quecksilbersäule einem Druck von 1 Torr . Mit der Relation $1\text{ Torr} = 133,4\text{ Pa}$ erhalten wir den Luftdruck b :

$$b = 103385(40)\text{ Pa}$$

An dieser Stelle verwenden wir die anfängliche Gleichgewichtslage der Kugel (Gl. 16 mit $A = \pi d^2/4$) um auf den Druck p im Kolben zu schließen:

$$p = 104015(40)\text{ Pa}$$

Nun wird die effektiv Schwingende Masse m_{eff} bestimmt. Hierzu bestimmen wir die Masse einer Luftsäule der doppelten Amplitude a und addieren dazu die Masse der Kugel m . Dabei ist zu beachten, dass während der Durchführung nicht die Amplitude a sondern die doppelte Amplitude gemessen wurde. Anstelle das Gas oberhalb und unterhalb der Kugel zu unterscheiden verwenden wir stets die Dichte von Luft ($\rho = 1,293\text{ kg/m}^3$):

$$m_{\text{eff}} = m + m_{\text{Luftsäule}} = m + A 2a \rho = m + \pi \frac{d^2}{4} 2a \rho$$

Hieraus erhalten wir die in Tab. 3 zusammengestellten Werte.

Anschließend wird aus den gemessenen Schwingungszeiten t (über 1, 10, 50 und 100 Perioden) für jeden Messwert die Schwingungsdauer T bestimmt. Für den Fehler der Schwingungszeiten σ_t verwenden wir die Abschätzung:

$$\sigma_t = 0,005 \cdot \text{Messwert} + \text{kleinster Skalenteil}$$

Damit ergibt sich, auf Grund des linearen Zusammenhangs zwischen der gemessenen Größe t und Schwingungsdauer T , der Fehler jeder Schwingungsdauer T über die Fehlerfortpflanzung zu:

$$\sigma_T = \frac{\sigma_t}{\text{Anzahl der Perioden}}$$

Die so erhaltenen Werte für die Schwingungsdauer T werden nun je Gas und Anzahl der Schwingungen mit Hilfe des gewichteten Mittelwerts zusammengefasst.

Damit ergeben sich die Werte in Tab. 4

Nun können wir schließlich mit der im Theorieteil hergeleiteten Beziehung (Gl. 19) den Adiabatenexponenten κ bestimmen. Bei der Berechnung des Fehlers von κ geht der Fehler der Masse m_{eff} , des Drucks p , des Durchmesser der Röhre d und jener der in Tab. 4 dargestellten Schwingungsdauer T mit ein. Die sich daraus ergebenden Einzelergebnisse sind in Tab. 5 zusammengetragen.

Mitteln wir die so erhaltenen Adiabatenexponenten κ pro Gas unter Verwendung des gewichteten Mittelwerts, so ergibt sich schließlich:

$$\begin{aligned}\bar{\kappa}_{\text{Luft (N}_2)} &= 1,434(3) \\ \bar{\kappa}_{\text{Kohlendioxid (CO}_2)} &= 1,328(3) \\ \bar{\kappa}_{\text{Argon (Ar)}} &= 1,603(3)\end{aligned}$$

Abschließend können wir aus dem Adiabatenexponent κ Rückschlüsse auf die Struktur der untersuchten Gase ziehen. Mit Gl. 25 ergeben sich nun aus den κ die Freiheitsgrade f :

$$f = \frac{2}{\kappa - 1}.$$

Wir bekommen:

$$\begin{aligned}f_{\text{Luft (N}_2)} &= 4,61(4) \\ f_{\text{Kohlendioxid (CO}_2)} &= 6,09(5) \\ f_{\text{Argon (Ar)}} &= 3,31(2)\end{aligned}$$

Die Fehler ergeben sich aus der Fehlerfortpflanzung mit den eben berechneten κ . Der Wert für Luft wird im Abschnitt 4.3 noch einem genauer betrachtet.

4.2 Clement-Desormes

Unsere Werte für Δh_1 und Δh_2 können wir in Gl. 24 einsetzen und bekommen nach Bildung des gewichteten Mittelwertes folgenden Exponenten (Rechenwerte in Tab. 6):

$$\kappa_{\text{Luft}} = 1.32(3)$$

Der Fehler ergibt sich jeweils direkt aus den Messfehlern der Δh über das Gesetz der Fehlerfortpflanzung.

4.3 Der Adiabatenexponent von Luft

Aus den beiden gewonnenen Adiabatenexponenten der Luft, können wir nun das gewichtete Mittel bilden:

$$\bar{\kappa} = \frac{\frac{\kappa_R}{\sigma_R^2} + \frac{\kappa_C}{\sigma_C^2}}{\frac{1}{\sigma_R^2} + \frac{1}{\sigma_C^2}} \quad (28)$$

$$\text{mit dem Fehler} \quad (29)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{\sigma_R^2} + \frac{1}{\sigma_C^2}}} \quad (30)$$

Das liefert schließlich

$$\kappa_{Luft} = 1,433(3).$$

Damit bekommen wir einen etwas genaueren Wert für die Freiheitsgrade der Luft von

$$f_{Luft} = 4,62(3)$$

5 Einordnung der Ergebnisse

	$\kappa_{\text{theo.}}$	$\kappa_{\text{exp.}}$
Luft (N_2)	1,4	1,433(3)
Kohlendioxid (CO_2)	1,4	1,328(3)
Argon (Ar)	1,67	1,603(3)

Tabelle 2: Vergleich der ermittelten Adiabatenexponenten κ mit theoretischen Werten

Bei den Versuchsergebnissen der Methode nach Rüchardt ist zunächst zu beachten, dass auf Grund der als exakt angenommenen Werte für das Volumen V die Masse der Kugel m und des Durchmessers d die erhaltenen Fehler des Adiabatenexponenten κ kleiner ausgefallen sind, als es mit der verwendeten Versuchsanordnung eigentlich möglich ist. Da uns die Methoden mit welcher die oben genannten Größen bestimmt wurden nicht bekannt sind, erscheint es auch nicht sinnvoll einen Fehler für diese zu schätzen.

Bei der Berechnung der Masse der mitschwingenden Gassäule wurde, wie bereits in der Auswertung erwähnt, stets die Dichte von Luft verwendet. Da die Masse der Gassäule relativ klein gegenüber jener der Kugel ist, ist der dadurch entstehende Fehler sehr gering. Außerdem ist anzunehmen, dass bei einer Berücksichtigung des Fehlers der Kugelmasse m die Masse der Luftsäule komplett in diesem Fehler verschwindet und sie somit bei der Auswertung hätte vernachlässigt werden können.

Die erhaltenen Adiabatenexponenten weichen um wenige Prozent vom theoretisch bestimmten Wert ab. Bei der Betrachtung der Freiheitsgrade fällt bei Kohlendioxid auf, dass sich an Stelle der erwarteten 5 Freiheitsgrade ein Wert von etwa 6 ergibt. Diese signifikante Abweichung deutet auf einen systematischen Fehler bei der Versuchsdurchführung mit Kohlenstoff hin. Eine mögliche Erklärung wäre, dass sich Kohlenstoff bei den vorhandenen Umgebungsbedingungen anders verhält als im

Theorierteil angenommen. Da Kohlenstoff von den untersuchten Gasen die größten Moleküle hat, und damit das Volumen nicht vernachlässigt werden kann, wäre eine Erklärung, dass das Modell *Ideales Gas* hier falsch ist. So sind auch die im Vergleich zu den anderen Gasen größere Abweichung bei den Freiheitsgraden zu erklären.

Konkret lassen sich beim Kohlenstoff die gemessenen 6 Freiheitsgrade mit zwei, bei Raumtemperatur zu je 50% angeregten, Schwingungsfreiheitsgraden erklären.¹ Damit ergeben die Messwerte sehr genau den nun erwarteten Wert von 6 Freiheitsgraden von Kohlenstoff.

Erstaunlich an dieser Erklärung ist, dass obwohl Schwingungsfreiheitsgrade auftreten, welche nicht durch das Modell des idealen Gases erklärt werden können, die Annahme eines idealen Gases bei der Rechnung zu einer guten Übereinstimmung führt. Lediglich der theoretische Ansatz durch "Zählen" der Freiheitsgrade schlägt fehl.

Die beiden Berechnungen des Adiabatenexponenten für Luft liefern gute Ergebnisse, die aber nicht im jeweiligen Fehlerintervall liegen. Das Problem ist sicherlich die Annahme eines adiabaten Prozesses im 2. Versuch. Auch hier entspricht die ermittelte Anzahl der Freiheitsgrade nicht exakt der theoretischen. Außerdem muss aber beachtet werden, dass Luft nur zu 75% aus Stickstoff besteht und die anderen Bestandteile zum Teil eine andere Anzahl an Freiheitsgraden haben. Beachtet man dies, liegen die Werte trotzdem relativ dicht bei den theoretischen Tabellenwerten.

¹Dr. Martin Kowall: Molare Wärmekapazitäten - Beispiel: Kohlendioxid als lineares Molekül.
URL: http://www.chemgapedia.de/vsengine/vlu/vsc/de/ch/1/pc/pc_02/pc_02_02/pc_02_02_02.vlu/Page/vsc/de/ch/1/pc/pc_02/pc_02_02/pc_02_02_08.vscml.html [Stand 13.06.2006]

A Tabellen und Grafiken

	$m_{\text{Luftsäule}} [10^{-5} \text{ kg}]$	$m_{\text{eff}} [10^{-3} \text{ kg}]$
Luft (N_2)	1,942(6)	4,97342(6)
Kohlendioxid (CO_2)	1,843(6)	4,97243(6)
Argon (Ar)	1,743(6)	4,97143(6)

Tabelle 3: Im Experiment nach RÜCHARDT schwingende Masse m_{eff}

	T [s]			
	1 Schw.	10 Schw.	50 Schw.	100 Schw.
Luft (N_2)	0.698(1)	0.701(2)	0.703(2)	
Kohlendioxid (CO_2)	0,727(1)	0,727(2)	0,726(2)	0,728(2)
Argon (Ar)	0,668(1)	0,661(2)	0,657(2)	0,653(2)

Tabelle 4: Schwingungsdauern im Experiment nach RÜCHARDT

	κ			
	1 Schw.	10 Schw.	50 Schw.	100 Schw.
Luft (N_2)	1.444(5)	1.429(8)	1.422(8)	1.422(8)
Kohlendioxid (CO_2)	1,328(4)	1,328(8)	1,3325(8)	1,323(8)
Argon (Ar)	1,570(5)	1,603(9)	1,624(7)	1,643(7)

Tabelle 5: Nach RÜCHARDT ermittelte Adiabatenexponenten

Öffnungszeit [s]	0.1	1	5
κ	1.41(6)	1.43(5)	1.24(4)

Tabelle 6: Adiabatenexponenten der Einzelmessungen von CLEMENT-DESORMES