

Physikalisches F-Praktikum

Comptoneffekt und Gammastrahlenspektroskopie

Praktikanten: Steffen Klemer
 Nils Kanning
 `fprak@noch-mehr-davon.de`

Durchgeführt am: 13.05.2008

Gruppe: II-WiSe 0708-6

Assistent: Daniel Stichtenoth

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	4
2	Theorie	4
2.1	Comptoneffekt	4
2.1.1	Kinematik	4
2.1.2	Wirkungsquerschnitt	6
2.2	Detektoren	8
2.2.1	Szintillationsdetektor	9
2.2.2	Halbleiterdetektor	9
2.2.3	Anti-Compton-Shield	9
3	Aufbau und Durchführung	10
3.1	Comptoneffekt	10
3.2	Anti-Compton-Shield	10
3.3	Gammaspektroskopie	10
4	Auswertung	10
4.1	Comptoneffekt	10
4.1.1	Kalibrierung des Germanium-Detektors	10
4.1.2	Spektren nach Comptonstreuung	11
4.1.3	Comptonwellenlänge	11
4.1.4	Ruheenergie des Elektrons	12
4.1.5	Differentieller Wirkungsquerschnitt	12
4.2	Anti-Compton-Shield	14
4.3	Gammaspektroskopie	14
4.3.1	Kalibration der Detektoren	14
4.3.2	Bestimmung der Compton-Kanten	16
4.3.3	Verhältnis von Photo- und Comptoneffekt	16
5	Ergebnis	16
	Literatur	17

1 Einleitung

Unter dem *Comptoneffekt* versteht man die Änderung der Wellenlänge von elektromagnetischer Strahlung bei Streuung an freien Elektronen. Dieses Phänomen wurde 1923 zum ersten Mal von ARTHUR HOLLY COMPTON experimentell nachgewiesen und theoretisch erklärt[Com23]. Die klassische Elektrodynamik versagt bei der Erklärung des Effekts und die Einführung von Lichtquanten wird notwendig. Damit stellte der Comptoneffekt ein wichtiges Resultat für die Bestätigung der Quantentheorie dar.

In diesem Versuch werden wir den Comptoneffekt bei Gammastrahlung untersuchen. In einem zweiten Versuchsteil geht es dann um die Analyse verschiedener Detektortypen für den Nachweis dieser Gammastrahlung.

2 Theorie

2.1 Comptoneffekt

2.1.1 Kinematik

Wie in Abb. 1 dargestellt, betrachten wir nun ein Gammaquant, also ein Photon, das an einem freien, sich in Ruhe befindenden, Elektron gestreut wird. Wir nehmen dabei an, dass es sich sowohl bei dem Elektron als auch dem Photon um Teilchen handelt. Daher betrachten wir die Situation als Stoß zwischen dem Photon und dem Elektron und wenden die Regeln der relativistischen Kinematik an.

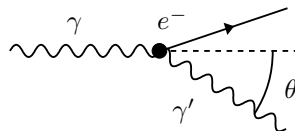


Abbildung 1: Kinematik des Comptoneffekts

Wir führen die folgende Rechnung für freie Elektronen durch. Im Versuch werden wir jedoch die Strahlung an einer aus Graphit bzw. aus Aluminium bestehenden Probe streuen. Die Elektronen in diesen Streukörpern sind jedoch, verglichen mit der Energie des einfallenden Photons, nur schwach an die Atomrümpfe gebunden. Daher ist die Annahme des freien Elektrons gerechtfertigt.

Wir wenden uns der Kinematik der Prozesses zu. In der folgenden Rechnung werden wir die Energie und Impulserhaltung ausnutzen, um die Wellenlänge λ' des gestreuten Photons als Funktion der Wellenlänge λ des einfallenden Photons und des Streuwinkels θ zwischen der Richtung \vec{n} des einfallenden und \vec{n}' des gestreuten Photons zu bestimmen.

Zunächst sind die Energie und der Impuls der Teilchen vor dem Stoß unbekannt. Über das Photon wissen wir:

$$E_\gamma = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (1)$$

$$\vec{p}_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} \vec{n}$$

Dabei ist h das Plancksche Wirkungsquantum und ν die Frequenz des Photons. Ebenso wissen wir über das sich in Ruhe befindende Elektron vor dem Stoß:

$$\begin{aligned} E_{e^-} &= mc^2 \\ \vec{p}_{e^-} &= 0 \end{aligned}$$

Hier bezeichnet m die Ruhemasse des Elektrons.

Mit Hilfe der Richtung \vec{n}' können wir für das Photon nach dem Stoß angeben:

$$\begin{aligned} E'_\gamma &= h\nu' = \frac{hc}{\lambda'} \\ \vec{p}'_\gamma &= \frac{E'_\gamma}{c} \vec{n}' \end{aligned} \quad (2)$$

Über die Energie und Impulserhaltung berechnen wir nun diese Größen für das Elektron nach dem Stoß:

$$\begin{aligned} E_\gamma + mc^2 &= E'_\gamma + E'_{e^-} \\ \frac{E_\gamma}{c} \vec{n} &= \frac{E'_\gamma}{c} \vec{n}' + \vec{p}'_{e^-} \end{aligned}$$

Auflösen ergibt:

$$\begin{aligned} E'_{e^-} &= E_\gamma - E'_\gamma + mc^2 \\ \vec{p}'_{e^-} &= \frac{E_\gamma}{c} \vec{n} - \frac{E'_\gamma}{c} \vec{n}' \end{aligned}$$

Nun erinnern wir uns, dass:

$$E'^2_{e^-} = m^2 c^4 + \vec{p}'^2_{e^-} c^2$$

Wir setzen die vorherigen zwei Gleichungen ein und verwenden $\vec{n} \cdot \vec{n}' = \cos \theta$. Es folgt:

$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1 - \cos \theta}{mc^2} \quad (3)$$

Mit den oben gegebenen Energien der Photonen, erhalten wir schließlich:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{mc} (1 - \cos \theta) \quad (4)$$

An dieser Stelle bezeichnet man die Größe $\lambda_C = h/mc$ häufig als *Comptonwellenlänge*. Außerdem führt man die Änderung der Wellenlänge $\Delta\lambda = \lambda_C(1 - \cos \theta)$ ein.

Für die Comptonwellenlänge ergibt sich der numerische Wert[Moh06]:

$$\lambda_C = 2.426310 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Es ist bemerkenswert, dass die Wellenlängenänderung $\Delta\lambda$ nicht von der Wellenlänge selber abhängt. Aus diesem Grund wurde der Comptoneffekt auch zunächst bei Röntgen- und Gammastrahlung entdeckt, da hier $\Delta\lambda$ relativ zu der Wellenlänge λ nicht verschwindet.

Die Winkelabhängigkeit von $\Delta\lambda$ ist in Abb. 2 dargestellt. Für den Winkel $\theta = \pi$ ist $\Delta\lambda$ maximal.

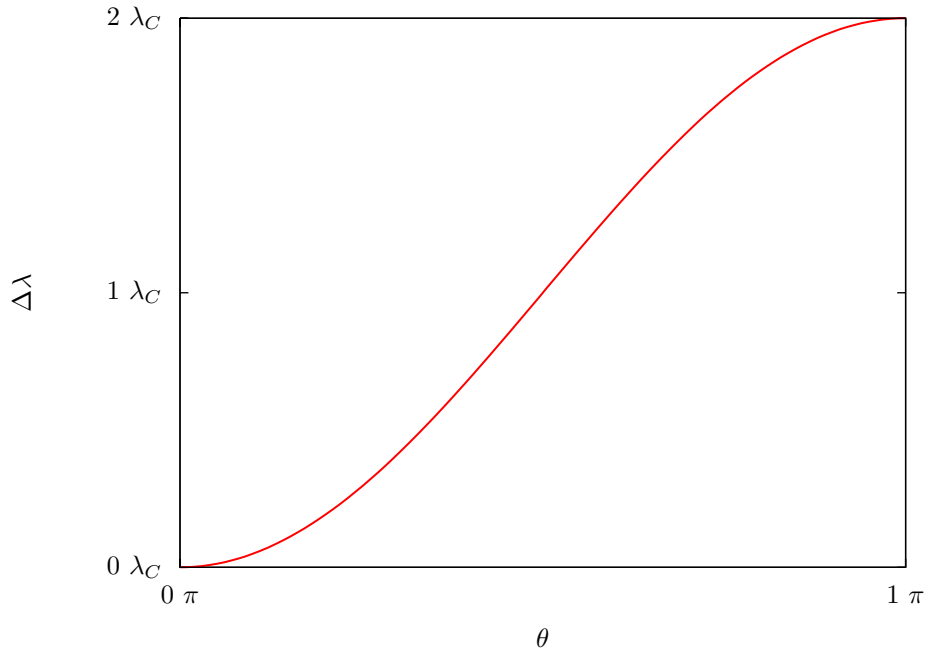


Abbildung 2: Änderung der Wellenlänge $\Delta\lambda$ als Funktion des Streuwinkels θ

Nachdem das kinematische Problem durch die wichtige Gl. 4 gelöst ist, können wir mit Hilfe von Gl. 1 und Gl. 3 die Energien der gestreuten Teilchen berechnen:

$$E'_\gamma = \left(\frac{1 - \cos \theta}{mc^2} + \frac{1}{E_\gamma} \right)^{-1} \quad (5)$$

$$E'_{e^-} = mc^2 + E_\gamma \left(1 - 1 \left(\frac{E_\gamma(1 - \cos \theta)}{mc^2} \right)^{-1} \right)$$

Wir betrachten diese Größen nun noch für den Winkel $\theta = \pi$. Bei diesem Winkel ist die Energie des gestreuten Photons minimal bzw. jene des Elektrons maximal:

$$E'_{\gamma \min} = \left(\frac{2}{mc^2} + \frac{1}{E_\gamma} \right)^{-1}$$

$$E'_{e^- \max} = mc^2 + E_\gamma \left(1 + \frac{mc^2}{2E_\gamma} \right)^{-1} \approx E_\gamma \left(1 + \frac{mc^2}{2E_\gamma} \right)^{-1} \quad (6)$$

Dabei wurde im letzten Schritt die Ruheenergie des Elektrons vernachlässigt. Diese Maximalenergie macht sich im Energiespektrum der Elektronen durch eine recht steile Kante, die sog. *Comptonkante*, bemerkbar. Zu höheren Energien nimmt die Anzahl der Elektronen abrupt ab.

2.1.2 Wirkungsquerschnitt

Bisher haben wir uns stets eine Richtung θ vorgegeben. Mit Hilfe von Gl. 3 können wir dann die Energie der in diese Richtung gestreuten Photonen berechnen. Wir wollen uns die Frage stellen, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein einlaufendes Photon in eine Richtung, oder besser in einen Raumwinkel, gestreut wird.

Hierzu verwenden wir das Konzept des differentiellen Wirkungsquerschnitts $d\sigma/d\Omega$. Dieser hat die Einheit einer Fläche und ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass es zu Streuung in den Raumwinkel $d\Omega$ kommt. Mit Hilfe dieser Größe definiert man den totalen Wirkungsquerschnitt σ gemäß:

$$\sigma = \int d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

Thompson-Streuung Wir wollen an dieser Stelle zunächst kurz auf das nach der klassischen Elektrodynamik zu erwartende Resultat eingehen. In diesem Bild regt eine einlaufende ebene Welle der Frequenz ν das Elektron zu Schwingungen mit eben dieser Frequenz an. Das Elektron selber strahlt dann eine Welle mit der Frequenz $\nu' = \nu$ ab. Die Rechnung ergibt den sog. *Thompson-Wirkungsquerschnitt* [Jac02, S. 802]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} (2 - \sin^2 \theta)$$

Dabei ist $r_e = \alpha h/2\pi mc$ der klassische Elektronenradius und $\alpha = e^2/2c\epsilon_0 h$ die Feinstrukturkonstante. Im Experiment stellt sich heraus, dass diese Winkelverteilung qualitativ falsch ist. Nach unserer Argumentation im vorherigen Abschnitt mit dem Resultat $\nu' \neq \nu$, konnten wir jedoch auch nicht erwarten, dass Thompson-Streuung mit der Annahme $\nu' = \nu$ vorliegt.

Erste Überlegungen zur Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts für den Comptoneffekt finden sich bereits in dem Originalartikel von Compton [Com23]. Die dort gegebene Formel für die Intensität in Abhängigkeit vom Winkel θ ist proportional zum von uns gesuchten Wirkungsquerschnitt und liefert bereits eine gute qualitative Übereinstimmung mit dem Experiment.

Klein-Nishina-Formel Im Jahr 1928 haben OSKAR KLEIN und YOSHIO NISHINA den differentiellen Wirkungsquerschnitt im Rahmen der relativistischen Quantenmechanik berechnet [Kle29]:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} \right)^2 \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E'_\gamma} - \sin^2 \theta \right) \quad (7)$$

Unter Ausnutzung von Gl. 5 berechnen wir nun:

$$\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} = \left(\frac{E_\gamma}{mc^2} (1 - \cos \theta) + 1 \right)^{-1} = (a(\theta) + 1)^{-1}$$

Dabei haben wir die Abkürzung $a(\theta) = (1 - \cos \theta) E_\gamma / mc^2$ definiert. Der differentielle Wirkungsquerschnitt von Klein und Nishina (Gl. 7) wird damit zu:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{1}{(a(\theta) + 1)^3} \left(\frac{1}{a(\theta) + 1} + a(\theta) + 1 - \sin^2 \theta \right)$$

Wir führen nun noch $b(\theta) = 1 + \cos^2 \theta$ ein und gelangen so mit der Identität $1 = \cos^2 \theta + \sin^2 \theta$ zu der Darstellung:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \frac{b(\theta)}{(a(\theta) + 1)^3} \left(1 + a(\theta) + \frac{a^2(\theta)}{b(\theta)} \right)$$

In Abb. 3 haben wir die Klein-Nishina-Formel mit der Thompson-Formel verglichen.

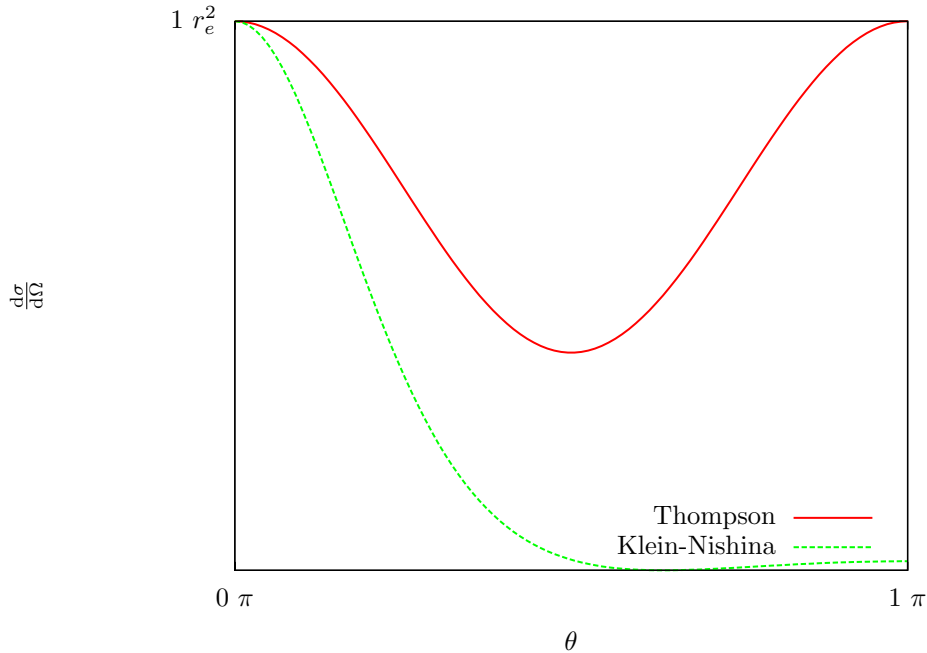


Abbildung 3: Vergleich des Thomson- mit dem Klein-Nishina-Wirkungsquerschnitt für ein Photon der Energie $E_\gamma = mc^2$

Der Totale Wirkungsquerschnitt σ_{Compton} ergibt sich nun durch Integration über alle Raumrichtungen. Berücksichtigen wir nicht nur ein einzelnes Elektron als Streuzentrum sondern eine Probe mit Kernladungszahl Z , so ergibt sich die Proportionalität [Dem98, S. 87]:

$$\sigma_{\text{Compton}} \propto \frac{Z}{E_\gamma} \quad (8)$$

Im Vergleich dazu erhält man für den Photoeffekt [Dem98, S. 87]:

$$\sigma_{\text{Photo}} \propto \frac{Z^5}{E_\gamma^2} \quad (9)$$

Der Photoeffekt ist also für schwere Materialien, d.h. große Kernladungszahlen Z , und kleine Energien E_γ dominant. Auf der Energieskala überwiegt für mittlere Energien um die 100keV der Comptoneffekt. Bei größeren Energien ($\gtrsim 1000\text{keV}$) dominiert dann die Elektron-Position-Paarzeugung.

2.2 Detektoren

Zur experimentellen Verifikation der obigen Resultate müssen wir sowohl die Anzahl als auch die Energie der in eine Richtung gestreuten Photonen bestimmen. Dazu kommen im Versuch verschiedene Detektortypen zum Einsatz, die wir hier diskutieren.

2.2.1 Szintillationsdetektor

Ein *Szintillationsdetektor* besteht im Wesentlichen aus einem Szintillator und einem Photomultiplier.

Die zu untersuchenden Gammaphotonen durchqueren das mit sog. Aktivatoratomen dotierte Szintillatormaterial. Dabei wird durch den Photoeffekt ein hochenergetisches Elektron erzeugt. Dieses schnelle Elektron hebt nun durch Coulomb-Wechselwirkung weitere Elektronen aus dem Valenz- ins Leitungsband des Szintillatormaterials. Die so entstehenden Elektronen und Löcher bewegen sich zu den Aktivatoren und regen diese durch Übertragung ihrer Energie an. Bei der Abregung der Aktivatoratome entstehen nun niederenergetische Photonen. Die Anzahl dieser Photonen ist dabei proportional zur Energie des ursprünglichen Gammaphotons.

Die niederenergetischen Photonen werden nun mit Hilfe eines Photomultipliers detektiert. Das Ausgangssignal ist proportional zur Anzahl dieser Photonen und damit auch zur Energie des Gammaphotons.

Im Versuch kommt ein mit Thallium angereicherter Natriumiodid-Szintillator NaI(Tl) zum Einsatz.

2.2.2 Halbleiterdetektor

Beim *Germanium-Halbleiterdetektor* ist der np-Übergang einer Diode in Sperrrichtung geschaltet. In der entstehenden Sperrschicht befinden sich dann keine freien Ladungsträger.

Der Mechanismus ist zunächst ähnlich dem des Szintillators. Ein Gammaphoton erzeugt erneut ein schnelles Elektron, welches weitere Elektronen ins Leitungsband hebt. Beim Halbleiterdetektor werden diese Ladungsträger durch die externe Spannung abgesaugt und erzeugen einen Strom der proportional zur Energie des Gammaphotons ist. Dieser Stromimpuls wird gemessen.

2.2.3 Anti-Compton-Shield

Die Erzeugung der schnellen Elektronen im Detektor findet nicht, wie bis jetzt beschrieben, ausschließlich durch den Photoeffekt statt. Es kommt auch zum Comptoneffekt im Detektor selber. Dabei gibt das eintreffende Gammaphoton nicht seine gesamte Energie an ein Elektron ab, sondern nur einen Teil. Nehmen wir an, dass das beim Comptoneffekt erzeugte Photon den Detektor ohne weitere Wechselwirkung verlassen kann. Dadurch wird nicht die gesamte Energie des ursprünglichen Gammaphotons im Detektor deponiert und folglich ist das Ausgangssignal nicht mehr proportional zur Energie dieses Gammaquants.

Um dieses Problem zu vermeiden, verwendet man ein sog. *Anti-Compton-Shield*. Dazu wird ein Halbleiterdetektor ringförmig von einem Szintillationsdetektor ummantelt. Falls das einfallende Gammaquant seine Energie per Photoeffekt im Halbleiterdetektor abgibt, wird im Szintillationsdetektor kein Signal registriert. Das Ausgangssignal des gesamten Detektors ist das Signal des Halbleiterdetektors. Kommt es jedoch im Halbleiterdetektor zum Comptoneffekt, so wird das gestreute Photon mit einer hohen Wahrscheinlichkeit im Szintillationsdetektor gemessen. Falls beide Detektoren gleichzeitig ein Signal liefern, wird das Ausgangssignal des gesamten Detektors unterdrückt. Man spricht von einer *Anti-Koinzidenzschaltung*.

Durch diesen Mechanismus wird der normalerweise vorhandene Compton-Hintergrund deutlich unterdrückt.

3 Aufbau und Durchführung

Der Versuch gliedert sich in drei Teile: die Messung des Comptoneffekts, die Untersuchung des Anti-Compton-Shield-Detektors und die Analyse der verschiedenen Gammadetektoren. Wir werden hier nur kurz auf die Durchführung eingehen. Genauere Instruktionen finden sich in der Versuchsanleitung[PhII06].

3.1 Comptoneffekt

In diesem Versuchsteil wird ein Germanium-Halbleiterdetektor verwendet. Zunächst muss die Energieskala des Detektors geeicht werden. Dazu werden die Energiespektren von ^{22}Na und ^{152}Eu für jeweils 10 min aufgenommen.

Nun wird eine ^{137}Cs -Quelle installiert. Diese erzeugt die für den Comptoneffekt verwendeten Gammaphotonen. Die Strahlung wird an einer Probe gestreut. Mit dem Detektor werden Energiespektren der gestreuten Strahlung in verschiedenen Winkeln θ zur Richtung der einfallenden Strahlung aufgenommen. Es werden je 10-minütige Messungen für die Winkel 45° , $67,5^\circ$, 90° , $112,5^\circ$ und 135° aufgenommen. Diese Messreihe wird für eine Probe aus Graphit, eine aus Aluminium und einmal ganz ohne Probe, an der gestreut wird, wiederholt.

3.2 Anti-Compton-Shield

An dem Anti-Compton-Shield-Detektor wird das Energiespektrum von ^{22}Na für 5 min aufgenommen. Das Spektrum von ^{152}Eu wird für 10 min gemessen. All diese Messungen werden jeweils im Koinzidenzmodus, im Anti-Koinzidenzmodus und ganz ohne die Koinzidenzschaltung durchgeführt.

3.3 Gammaspektroskopie

Es werden ein Germanium-Halbleiterdetektor und ein Natriumiodid-Szintillator verwendet. Mit beiden Detektoren werden die Energiespektren der Strahlung von ^{22}Na , ^{157}Cs und ^{60}Co je 5 min lang gemessen.

4 Auswertung

4.1 Comptoneffekt

4.1.1 Kalibrierung des Germanium-Detektors

Bevor wir mit der Auswertung der eigentlichen Messungen beginnen, müssen wir zunächst die Energieskala des Detektors eichen. Die Messungen der ^{22}Na - und ^{152}Eu -Strahler sind in Abb. 5ff dargestellt. Es wurde die Anzahl der Ereignisse gegen den Kanal aufgetragen. Durch die Eichung wird nun jedem Kanal eine Energie zugeordnet.

Um die Eichung durchführen zu können, sind in Abb. 6 die laut Literatur[PhII06] zu erwartenden Linien aufgetragen. Mit Hilfe dieser Grafik können wir die gemessenen Linien in Abb. 5 identifizieren. Eine grobe Energiekalibrierung erfolgt zunächst mit Hilfe des ^{22}Na -Strahlers, da wir hier nur zwei Linien erwarten (eine 511 keV-Linie

aus der Elektron-Positron-Paarvernichtung und eine Zerfallslinie bei 1275 keV). Die Anteile dieser beiden Linien sind in der Abbildung nicht dargestellt. Für die ^{152}Eu -Linien stellt der Anteil dieser Linie an den gesamten Zerfällen ein Maß für die zur erwartende Ereigniszahl einer Linie dar.

Die genauen Energien der Linien, sowie der ihnen durch die Identifikation zugeordnete Kanal, sind in Tab. 1 zusammengetragen. Wir nehmen nun an, dass ein linearer Zusammenhang zwischen dem Kanal K und der Energie E besteht:

$$E = aK + b$$

Eine lineare Regression liefert die Werte:

$$a = 1,907(2) \text{ keV}$$

$$b = 20,5(9) \text{ keV}$$

Die sich ergebende Gerade ist in Abb. 7 zu sehen. Der Fehler einer Energieangabe ergibt sich somit per Fehlerfortpflanzung aus den Fehlern der Parameter a und b .

Zum Abschluss der Kalibrierung zeigen wir in Abb. 8 die Spektren von ^{22}Na - und ^{152}Eu mit der kalibrierten Energieskala.

4.1.2 Spektren nach Comptonstreuung

Die verwendete ^{137}Cs -Probe strahlt Photonen mit einer Energie von 661,6 keV ab[PhII06]. Bevor wir das Energiespektrum der gestreuten Photonen bei verschiedenen Winkeln untersuchen können, müssen wir den Untergrund, d.h. die Messung bei dem jeweiligen Winkel ohne Streukörper, subtrahieren.

Die sich so ergebenden Spektren sind in Abb. 9 und Abb. 10 dargestellt. Es zeigt sich, wie erwartet, in jedem Spektrum ein deutlicher Peak, der sich in Abhängigkeit vom Winkel verschiebt.

In Abb. 11 wurden zum Vergleich die Spektren mit beiden Streukörpern in einem Diagramm eingetragen. Wir sehen, dass die Maxima beim Aluminium-Streukörper deutlicher ausgeprägt sind. Die Energie der Maxima stimmt jedoch bei beiden Materialien, bis auf eine Ausnahme, überein. Beim Winkel von $112,5^\circ$ liegen die Maxima deutlich auseinander. Dieses Phänomen war nicht zu erwarten. Eine mögliche Ursache könnte ein an der Versuchapparatur falsch eingestellter Detektionswinkel θ sein.

Die Energien der Maxima entsprechen der des nach der Comptonstreuung auslaufenden Photons mit der Energie E'_γ . Wir vergleichen diese gemessenen Energien nun mit den sich aus Gl. 5 ergebenden theoretischen Werten. Dabei verwenden wir die bereits oben erwähnte Energie $E_\gamma = 661,6 \text{ keV}$. Die sich ergebenden Werte sind in Tab. 2 zusammengestellt und in Abb. 12 zusammen mit den theoretischen Werten visualisiert. Am Vergleich mit den theoretischen Werten sieht man auch, welcher der beiden $112,5^\circ$ -Werte höchstwahrscheinlich falsch ist. Der Wert für Aluminium weicht deutlich von der theoretischen Kurve ab. Somit scheint bei dieser Messung ein Fehler vorgelegen zu haben.

4.1.3 Comptonwellenlänge

Zur Bestimmung der Comptonwellenlänge λ_C verwenden wir die Energien E'_γ für den Winkel $\theta = 90^\circ$ aus Tab. 2. Wir rechnen diese, sowie die Energie E_γ des

ursprünglichen Photons, gemäß Gl. 2 in Wellenlängen um und bilden dann die Differenz $\lambda' - \lambda$. Nach Gl. 4 entspricht dies für $\theta = 90^\circ$ gerade der Comptonwellenlänge λ_C , also:

$$\lambda_C = \lambda' - \lambda$$

Wir erhalten die Werte:

$$\begin{aligned}\lambda_{C,\text{Graphit}} &= 2.409(14) \cdot 10^{-12} \text{ m} \\ \lambda_{C,\text{Aluminium}} &= 2.437(14) \cdot 10^{-12} \text{ m}\end{aligned}$$

Dies ergibt den Mittelwert:

$$\lambda_C = 2.423(10) \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

Dieser Wert weicht nur etwa 0,1% vom im Theorieteil angegebenen Literaturwert ab.

4.1.4 Ruheenergie des Elektrons

Aus Gl. 5 schließen wir:

$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{mc^2}(1 - \cos\theta)$$

Wir können somit die Ruheenergie des Elektrons mc^2 durch lineare Regression bestimmen, wenn wir die in der obigen Gleichung betrachtete Differenz der inversen Energien gegen $1 - \cos\theta$ auftragen. Dieser Plot ist in Abb. 13 zu sehen. In dem Diagramm sind die Werte für Graphit und Aluminium eingetragen. Die Regression wurde über beide Messreihen gemeinsam durchgeführt. Sie liefert den Wert:

$$mc^2 = 515(7) \text{ keV}$$

Dieser Wert weicht um weniger als 2% vom Literaturwert 511 keV ab.

4.1.5 Differentieller Wirkungsquerschnitt

Zur Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts verwenden wir die in der Versuchsbeschreibung[PhII06] gegebene Formel:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{N}{S} \frac{1}{n_{\text{El}} V} \frac{1}{\frac{\epsilon' \Omega^*}{4\pi}} \frac{1}{G} \quad (10)$$

Dabei ist N [s^{-1}] die Zahl der pro Sekunde über Photoeffekt im Detektor nachgewiesenen Photonen. Die Größe S [s^{-1}] ist die Anzahl der pro Sekunde insgesamt von der Quelle ausgesandten Photonen. Da der Wirkungsquerschnitt ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, dass in Richtung θ gestreut wird, ist, muss er proportional zum Verhältnis N/S sein. Weiter geht in die Formel das Produkt aus Elektronendichte im Streukörper n_{El} und Volumen des Streukörpers V ein. Somit ist $n_{\text{El}}V$ die Anzahl der Elektronen an denen gestreut wird. Wollen wir den Wirkungsquerschnitt, wie im Theorieteil diskutiert, für ein Elektron betrachten, so müssen wir durch die Anzahl dividieren. Außerdem geht die Nachweiswahrscheinlichkeit $\epsilon' \Omega^*$ [sr] in die

Formel ein. Da diese in Steradian gegeben ist, wird der Faktor 4π nötig. Um die Beeinträchtigung durch eine von 4π verschiedene Nachweiswahrscheinlichkeit auszugleichen, dividieren wir durch diese. Schließlich geht in den Ausdruck noch ein geometrischer Faktor $G [\text{cm}^{-2}]$ ein.

Bevor wir den differentiellen Wirkungsquerschnitt nach Gl. 10 berechnen können, müssen wir zunächst die Elektronendichten in den Streumaterialien ausrechnen. Wir verwenden dazu:

$$n_{\text{El}} = \frac{\rho}{A} Z N_A$$

Dabei ist ρ die Dichte des Materials, A die Atommasse, Z die Kernladungszahl und N_A die Avogadrokonstante. Die benötigten materialspezifischen Eigenschaften sind in der Anleitung [PhII06] für Graphit und Aluminium gegeben. Wir berechnen damit:

$$\begin{aligned} n_{\text{El, Graphit}} &= 5.14(6) \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3} \\ n_{\text{El, Aluminium}} &= 7.83(6) \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3} \end{aligned}$$

Das Volumen der Streukörper ist mit $V = \pi \text{ cm}^3$ ebenfalls gegeben.

Wir müssen nun noch S berechnen. Dabei schreiben wir:

$$S = pA(t)$$

Hier ist $A(t)$ die Aktivität der Probe zum Versuchszeitpunkt und $p = 0,85$ der Anteil der Zerfälle des Quellmaterials ^{137}Cs bei denen ein Photon der Energie $661,6 \text{ keV}$ entsteht. Gegeben ist weiter die Aktivität $A_0 = 6,14(31) \cdot 10^7 \text{ Bq}$ am 01.07.1994. Die Aktivität am Versuchstag, dem 13.05.2008, ergibt sich dann gemäß:

$$A(t) = A_0 \exp\left(-\frac{t}{T_H} \ln 2\right)$$

Wobei $T_H = 30,07 \text{ a} = 10976 \text{ d}$ die Halbwertszeit und $t = 5065 \text{ d}$ die Differenz zwischen den beiden oben genannten Daten ist. Hiermit erhalten wir:

$$S = 3,8(2) \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$$

Im nächsten Schritt müssen wir aus den in Abb. 9 und Abb. 10 zu sehenden Daten die Anzahl der über Photoeffekt pro Sekunde detektierten Photonen N bestimmen. Wir summieren hierzu für jeden Winkel θ nur die Ereignisse des Maximums auf, nicht jedoch die des Compton-Hintergrunds. Dies realisieren wir indem wir die Ereignisse zwischen Kanälen K_1 bis K_2 , die das Maximum eingrenzen, aufsummieren. Wir versuchen weiter auch von dieser Summe noch den Comptonhintergrund abzuziehen, indem wir die Fläche unter der von K_1 zu K_2 verlaufenden Geraden subtrahieren. Diese Konstruktion ist beispielhaft für ein Maximum in Abb. 14 zu sehen. Die verbleibenden Ereignisse dividieren wir noch durch die Messdauer $10 \text{ min} = 600 \text{ s}$ um N zu erhalten.

Auf Grund dieser geometrischen Konstruktion ist es schwierig einen realistischen Fehler für N anzugeben. Wir verwenden stets als Fehler 10% des Wertes von N .

Die sich aus diesem Verfahren ergebenden differentiellen Wirkungsquerschnitte sind in Tab. 3 zusammengetragen. In Abb. 15 werden diese Ergebnisse mit der Thompson- und der Klein-Nishina-Formel verglichen. Die Messungen stimmen erstaunlich genau mit der Klein-Nishina-Formel überein.

4.2 Anti-Compton-Shield

Bevor wir die Reduktion des Compton-Hintergrunds durch das Anti-Compton-Shield quantifizieren, verschaffen wir uns in Abb. 16 und Abb. 17 zunächst einen Eindruck über die gemessenen Spektren.

An diesen Abbildungen erkennen wir bereits, dass die Anti-Koinzidenzschtaltung den Compton-Hintergrund im Vergleich zu der Messung ohne Koinzidenzsignal merklich unterdrückt. Wir sehen auch, dass die Koinzidenzschtaltung gerade die Photopeaks unterdrückt, da hier ein Signal nur gezählt wird, wenn der Halbleiterdetektor sowie der Szintillationsdetektor gleichzeitig ein Photon detektieren.

Um die Reduktion des Compton-Hintergrunds zu quantifizieren betrachten wir in den Spektren von ^{22}Na und ^{152}Eu nun Bereiche $[K_1, K_2]$ in denen keine Photopeaks vorliegen. Außerdem achten wir, soweit dies möglich ist, darauf, dass wir unterhalb der jeweiligen Compton-Kante liegen. Wir summieren in diesen Bereichen die Ereignisse ohne Koinzidenzsignal N_{ohne} , sowie jene der Anti-Koinzidenzschtaltung N_{mit} , auf und berechnen aus dem Verhältnis die Reduktion des Hintergrunds. Die gewählten Kanal-Bereiche sind in Abb. 18 und Abb. 19 dargestellt. Die Reduktion für den jeweiligen Bereich ist in Tab. 4 zu finden. Gemittelt erhalten wir eine Reduktion des Compton-Hintergrunds von 59,3%.

4.3 Gammaspektroskopie

In Abb. 4 sind die Spektren des Natrium-Iodid und des Germanium- Halbleiterdetektors für die drei Elemente ^{22}Na , ^{60}Co und ^{137}Cs aufgetragen. Es ist gut zu sehen, dass die Kanten und Peaks des Halbleiterdetektors deutlich schärfer sind. In den Spektren selbst finden wir beide Male die erwarteten Charakteristika wieder. So haben wir deutlich ausgeprägte Peaks mit lokalen Minima davor und gut sichtbare Compton-Kanten als Abschluss. Hinter den Kanten sehen wir deutlich den Compton-Hintergrund.

4.3.1 Kalibration der Detektoren

Wie in Abs. 4.1.1 bereits beschrieben, kalibrieren wir auch hier mit Hilfe von bekannten Energien. Hierzu sind in Tab. 5 die erwarteten Peaks zusammen mit den zugeordneten Kanälen aufgetragen. Fittet man dies linear, so erhält man:

$$\begin{aligned} a_{Ge} &= 1.853(7) \\ b_{Ge} &= 24(4) \\ a_{NaI} &= 1.80(3) \\ b_{NaI} &= 15(7) \end{aligned}$$

Mit diesen Werten haben wir die 6 Messungen noch einmal in Abb. 21 geplottet. Da wir alle sichtbaren Peaks für den Fit verwendet haben, sind natürlich keine mehr zuzuordnen. Der recht saubere Fit des Anstiegs zeigt aber, dass die Werte verlässlich sind.

Da wir nun die Energie-Kanal Zuordnung haben, können wir die Energieauflösung $\Delta E/E$ bestimmen. Hierzu haben wir die Auflösung jeder einzelnen Linie bestimmt (als ΔE wurde die Linienbreite bei halber Höhe verwendet) und anschließend das gewichtete Mittel berechnet. Die Fehler resultieren aus der Fehlerfortpflanzung von σ_a und σ_b .

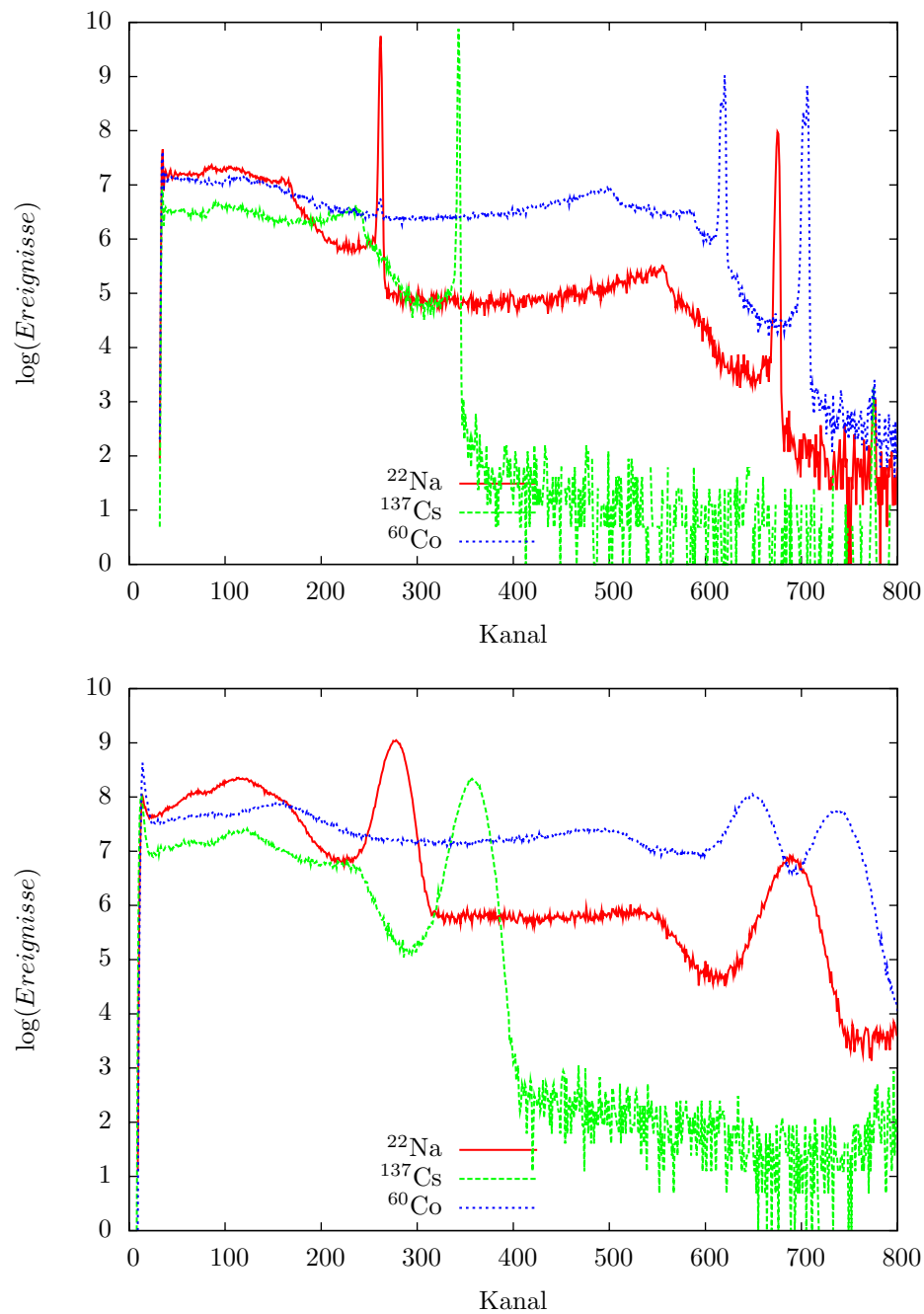


Abbildung 4: Die Gammaspektren des NaI- (unten) und Halbleitendetektors. Die Anzahl der Ereignisse ist logarithmisch aufgetragen.

Linie [keV]	^{22}Na		^{137}Cs	^{60}Co	
	511	1275	661	1173	1332
Aufl. Ge [10^{-3}]	10(6)	5(4)	8(4)	9(4)	8(4)
Aufl. NaI [10^{-3}]	102(15)	65(15)	87(15)	75(15)	69(15)

$$\frac{\Delta E}{E}_{Ge} = 8(2) \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{\Delta E}{E}_{NaI} = 79(7) \cdot 10^{-3}$$

Die Auflösung des Halbleiterdetektors ist also um den Faktor 10 besser. Störend wirkt der große relative Fehler, der aus dem großen Fehler des Geradenabschnitts des Fits resultiert. Aber auch mit diesem Fehler ist das Ergebnis eindeutig.

4.3.2 Bestimmung der Compton-Kanten

Aus den Bildern können wir die Compton-Kanten ablesen. Diese sind zusammen mit dem theoretischen Wert aus Gl. 6 in der folgenden Tabelle aufgetragen:

Linie [keV]	²² Na		¹³⁷ Cs	⁶⁰ Co	
	511	1275	661	1173	1332
Aufl. Ge [10^{-3}]	339(5)	1059(9)	475(6)	956(8)	1115(9)
Aufl. NaI [10^{-3}]	332(13)	1050(33)	475(16)	958(30)	nicht sichtbar
Theoret. [10^{-3}]	341	1062	477	963	1118

Die Werte liegen innerhalb ihrer Fehlerintervalle gut bei den theoretisch erwarteten Werten. Aber auch hier sind die Fehler recht groß.

4.3.3 Verhältnis von Photo- und Comptoneffekt

Mit den Gl. 8 und 9 sollte das Verhältnis I_{Ph}/I_C proportional zu Z^4 sein. Hierbei bezeichnet I_{Ph} die integrierte Intensität unter einer Photolinie und I_C die aufsummierte Intensität bis zur Comptonkante. Wir führen dies für ¹³⁷Cs aus, fitten eine Gauss-Glocke und integrieren dann über die halbe Höhe. Das Integral bis zur Compton-Kante erhalten wir durch einfache Summation der mit der Intervallbreite gewichteten Amplituden. Ein Problem ist hierbei, dass beide Spektren im Bereich von ca. 0 bis 80 keV abgeschnitten sind. Wir haben beide ab einem Wert von 85 keV aufsummiert. Damit erhalten wir

$$\frac{I_{Ph}}{I_C}_{Ge} = 0.2$$

$$\frac{I_{Ph}}{I_C}_{NaI} = 0.4.$$

Setzen wir aber für Germanium $Z = 32$ und für NaI $\langle Z \rangle \approx 32$ ein, so sollten beide Werte gleich groß sein. Dies ist nicht der Fall. Die Abweichung liegt aber mit großer Sicherheit an den im vorderen Bereich abgeschnittenen Spektren. Außerdem ist anzumerken, dass die Fehlerwerte, zöge man die Fehler aufgrund des Gauss-Fittes hinzu, in der Größenordnung von 0.5 lägen. Die Aussage der Werte ist folglich relativ gering.

5 Ergebnis

In der Auswertung des Versuchsteils zur Comptonstreuung stimmen alle Resultate sehr genau mit den Literaturwerten bzw. mit den theoretisch erwarteten Werten

überein. Wie bereits in der Auswertung erwähnt, kann die einzige deutliche Abweichung, der Photopeak bei Aluminium für vermeintliche $112,5^\circ$, wahrscheinlich auf einen falsch eingestellten Winkel zurückgeführt werden. Bei der Bestimmung des differentiellen Wirkungsquerschnitts erscheint die Bestimmung der Ereignisrate N problematisch. Es ist oft nicht deutlich erkennbar, wie stark der Photopeak, insbesondere in Richtung kleiner Energien, ausgeprägt ist. Die Annahme, dass der zu subtrahierende Comptonhintergrund linear ist, ist sicher nicht exakt, aber wenigstens praktikabel. Im Nachhinein werden die Annahmen durch eine gute Übereinstimmung des gemessenen Wirkungsquerschnitts mit der Klein-Nishina-Formel gerechtfertigt. Die Größe des Fehler lässt auch eindeutig einen Ausschluss der klassischen Thompson-Formel zu und unterstreicht damit noch einmal den quantenmechanischen Charakter der Comptonstreuung.

Zur Auswertung der Anti-Compton-Shield-Messung ist zunächst anzumerken, dass wir die Spektren der Übersichtlichkeit halber nicht, wie in der Anleitung[PhII06] erwähnt, logarithmisch aufgetragen haben. Die Werte für die Reduktion in Tab. 4 zeigen, dass die Reduktion von der Energie abzuhängen scheint. Diese Hypothese könnte man mit einer eingehenderen Analyse der Messdaten überprüfen. Nichtsdestotrotz zeigt schon unsere einfache Analyse deutlich den gewünschten Effekt des Anti-Compton-Shields.

Die Gammaskopie lieferte zumeist die aufgrund der Theorie zu erwartenden Ergebnisse. Etwas enttäuschend sind die großen Fehlerintervalle und die große Abweichung der Intensitätsverhältnisse der beiden Detektoren.

Der Versuch vermittelt interessante Einblicke in den in jeder Quantenmechanik-I-Vorlesung als Beispiel für Quantenphänomene erwähnten Comptoneffekt. Insbesondere geht die Betrachtung des Wirkungsquerschnitts aber über die ohnehin bekannte Formel für die Wellenlängendifferenz hinaus. Im Versuch liegt weiter ein großes Augenmerk auf dem Verständnis der verwendeten Detektoren. Leider hat die Durchführung des Versuchs durch die große Anzahl an Einzelmessungen, die alle etwa 5 – 10 min dauerten, wie auch die Auswertung, sehr viel Zeit in Anspruch genommen.

Literatur

- [Com23] A.H. Compton: A Quantum Theory of the Scattering of X-rays by Light Elements; *Physical Review* 21, 5 (1923) S. 483
- [Moh06] P.J. Mohr, B.N. Taylor, D.B. Newell: CODATA Recommended Values of the Fundamental Physical Constants: 2006; <http://physics.nist.gov/cuu/Constants/codata.pdf> (13.05.2008)
- [Kle29] O. Klein, Y. Nishina: Ueber die Streuung von Strahlung durch freie Elektronen nach der neuen relativistischen Quantendynamik von Dirac; *Zeitschrift für Physik* 52 (1929) S. 853
- [Jac02] J.D. Jackson: *Klassische Elektrodynamik*, 3. Auflage; Walter de Gruyter 2002
- [Dem98] W. Demtröder: *Experimentalphysik 4*; Springer 1998
- [PhII06] II. Physikalisches Institut der Universität Göttingen: Versuch: Comptoneffekt und Gammaskopie; <http://physik2.uni-goettingen.de/zope/students/labcourses/fprakt/Compton> (14.05.2008)

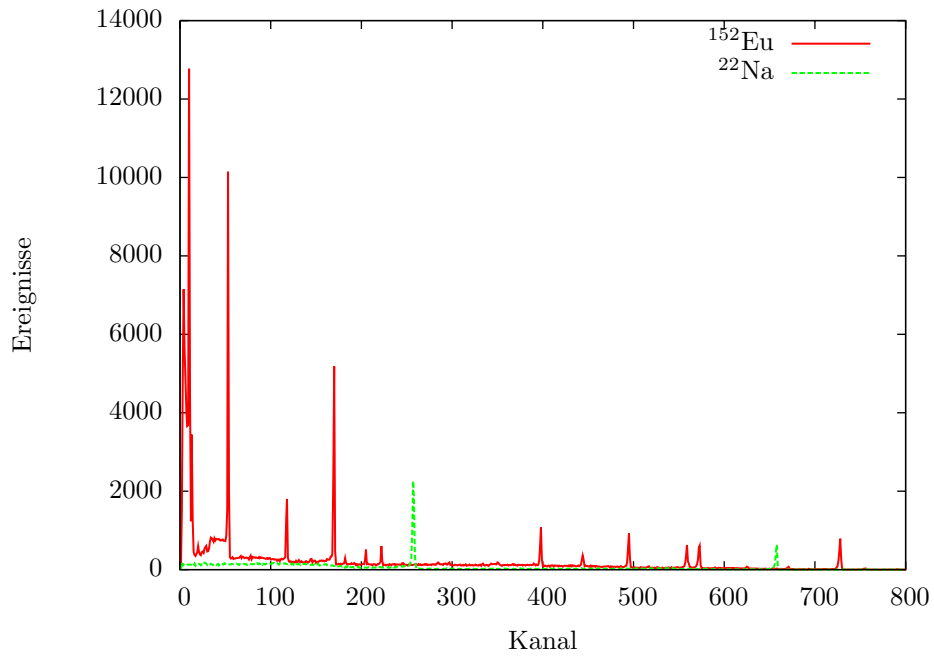
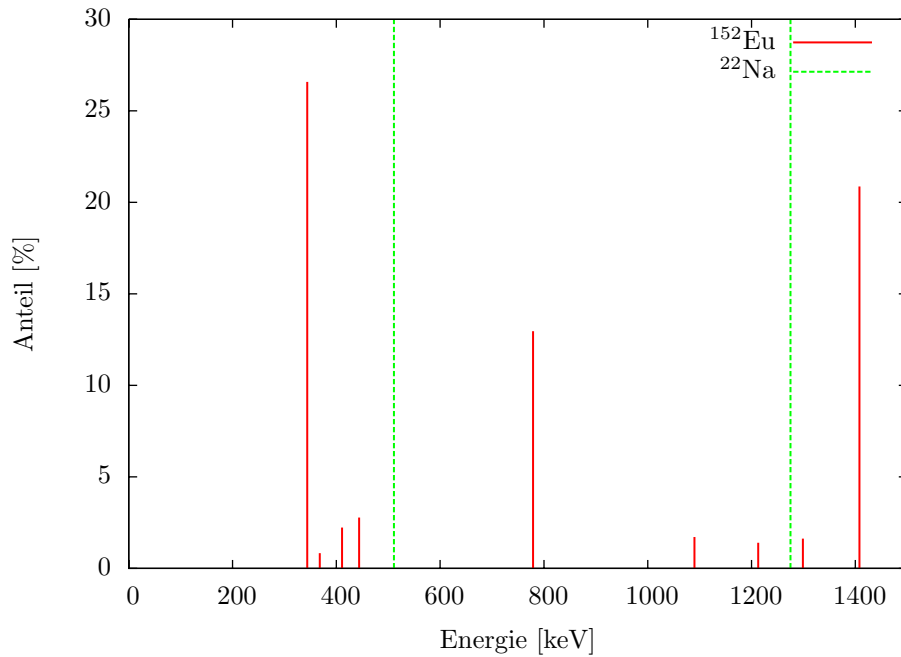


Abbildung 5: Messungen der ^{22}Na - und ^{152}Eu -Strahler zur Energiekalibrierung

Quelle	Energie [keV]	Anteil [%]	Kanal
^{22}Na	511	-	257
^{22}Na	1275	-	658
^{152}Eu	344	26,58	170
^{152}Eu	368	0,83	182
^{152}Eu	411	2,231	205
^{152}Eu	444	2,78	222
^{152}Eu	779	12,96	398
^{152}Eu	1090	1,71	559
^{152}Eu	1213	1,399	625
^{152}Eu	1299	1,626	671
^{152}Eu	1408	20,87	728

Tabelle 1: Erwartete Linien der ^{22}Na - und ^{152}Eu -Strahler und zugeordneter Kanal

Abbildung 6: Erwartete Linien der ^{22}Na - und ^{152}Eu -Strahler

θ [°]	$E'_{\gamma, \text{Graphit}}$ [keV]	$E'_{\gamma, \text{Aluminium}}$ [keV]	$E'_{\gamma, \text{theor.}}$ [keV]
45	478(1)	480(1)	479,6
67,5	365(1)	365(1)	367,7
90	289(1)	287(1)	288,3
112	236(1)	257(1)	238,0
135	205(1)	205(1)	206,0

Tabelle 2: Energie des gestreuten Photons bei verschiedenen Winkeln

Streukörper	θ [°]	K_1 [-]	K_2 [-]	N [s ⁻¹]	$\epsilon' \Omega^*$ [sr]	G [cm ⁻²]	$d\sigma/d\Omega$ [10 ⁻²⁶ cm ²]
Graphit	45	215	260	7.2(7)	0.0049(3)	0.0087(4)	3.4(5)
	67.5	168	197	4.6(5)	0.0062(4)	0.0086(4)	1.7(2)
	90	128	152	4.5(5)	0.0077(5)	0.0086(4)	1.4(2)
	112.5	107	120	4.1(4)	0.0093(6)	0.0086(3)	1.0(2)
	135	91	105	4.9(5)	0.0101(6)	0.0085(3)	1.1(2)
Aluminium	45	220	262	9.7(9)	0.0049(3)	0.0082(3)	3.2(4)
	67.5	165	199	7.2(7)	0.0062(4)	0.0081(3)	1.9(3)
	90	128	152	5.9(9)	0.0077(5)	0.0080(3)	1.2(2)
	112.5	112	133	5.9(9)	0.0085(5)	0.0080(3)	1.1(2)
	135	91	105	7.7(8)	0.0101(6)	0.0079(3)	1.2(2)

Tabelle 3: Differentieller Wirkungsquerschnitt

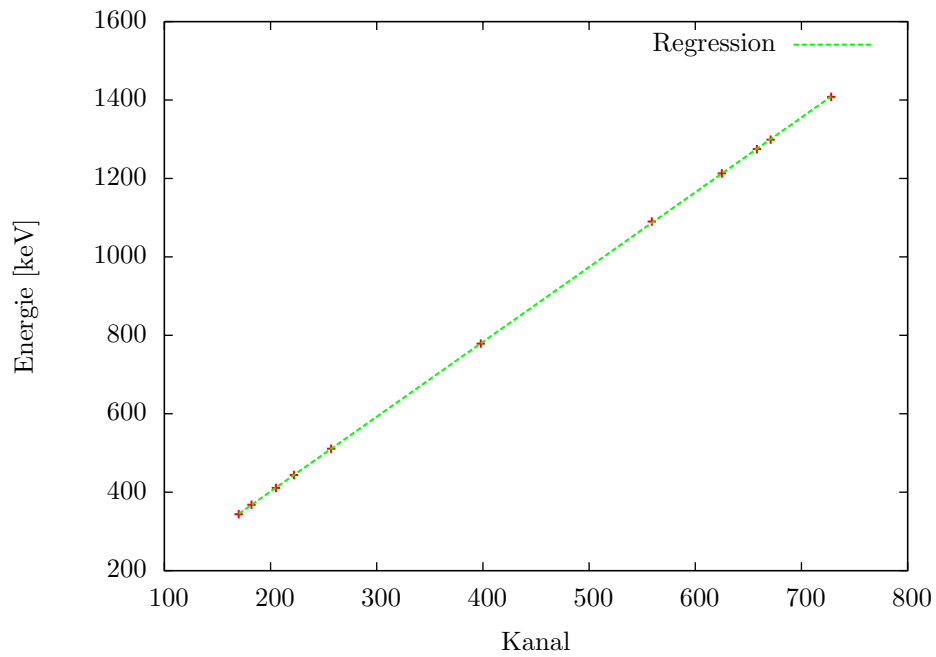
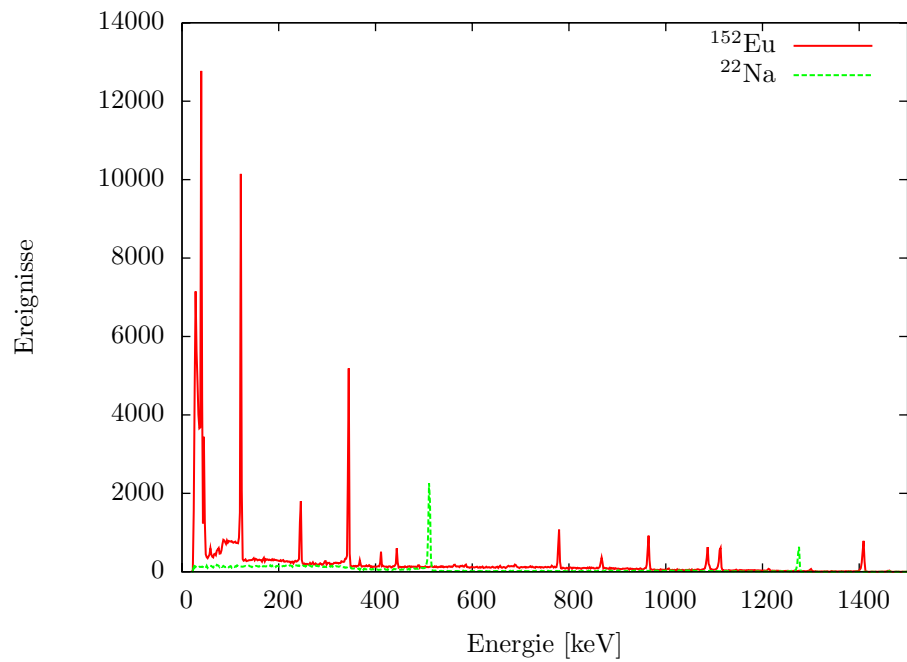


Abbildung 7: Lineare Regression für die Energiekalibrierung

Abbildung 8: Messungen der ^{22}Na - und ^{152}Eu -Strahler mit kalibriertem Energiespektrum

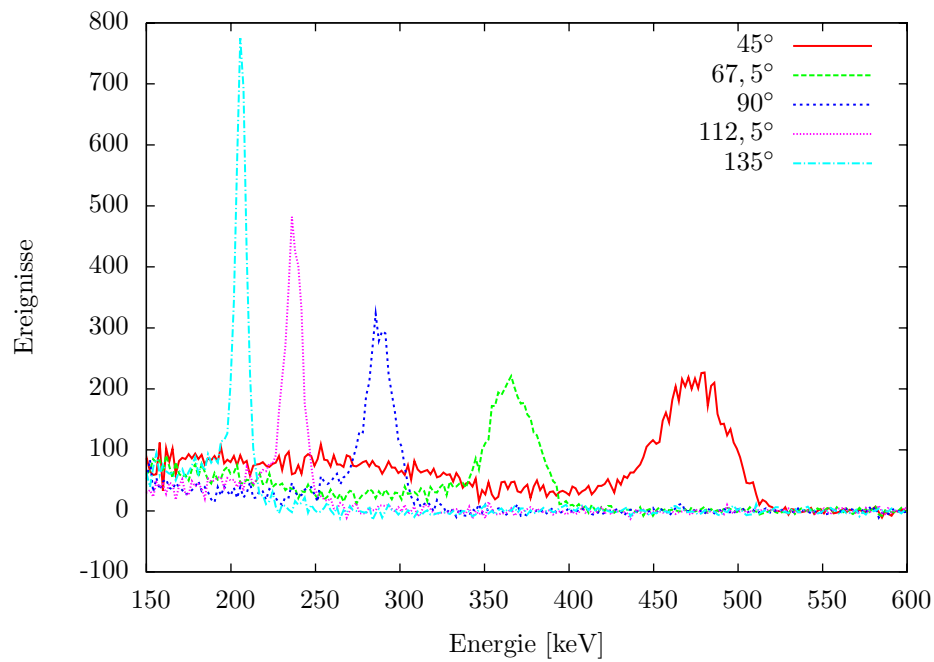


Abbildung 9: Energiespektrum nach Streuung an Graphit für verschiedene Winkel

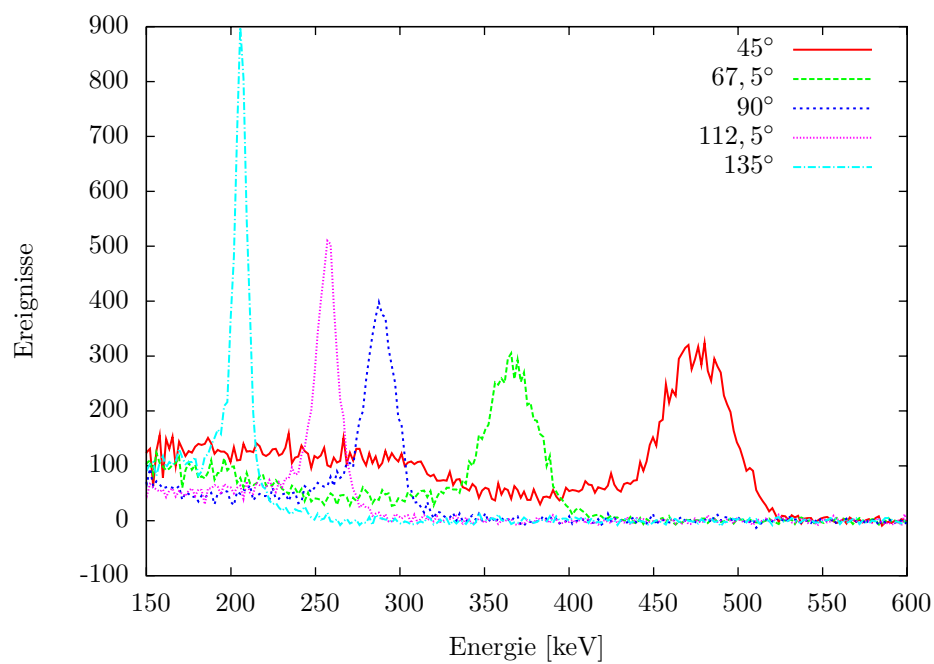


Abbildung 10: Energiespektrum nach Streuung an Aluminium für verschiedene Winkel

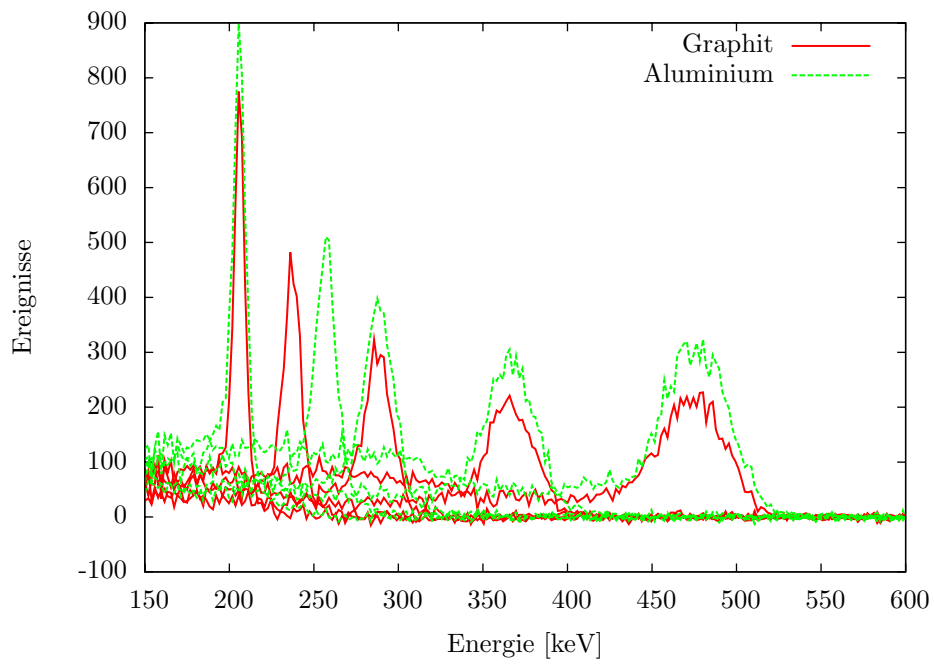


Abbildung 11: Vergleich der Energiespektren für Streuung an Graphit und Aluminium

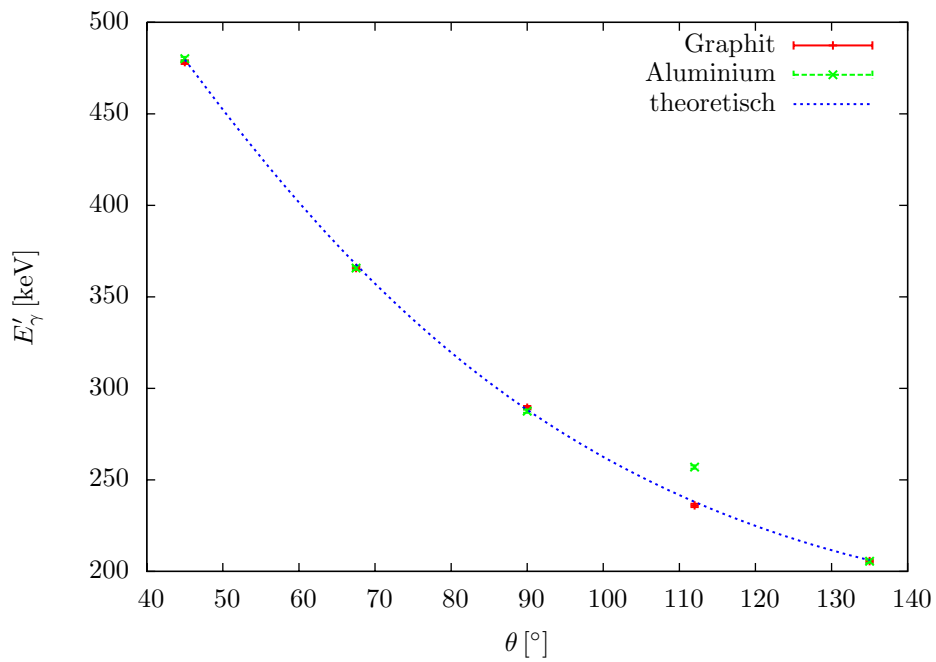
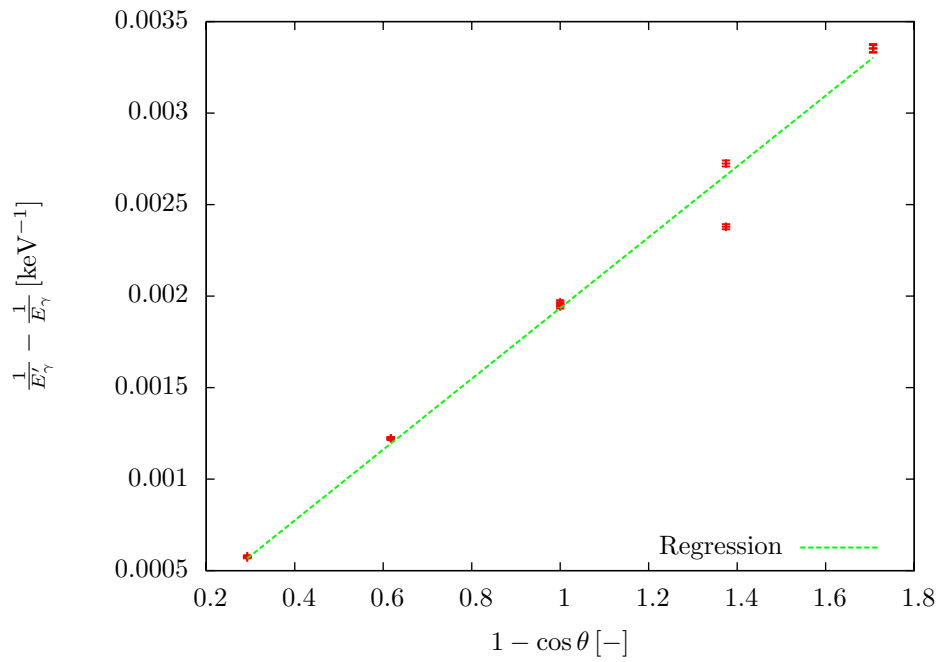
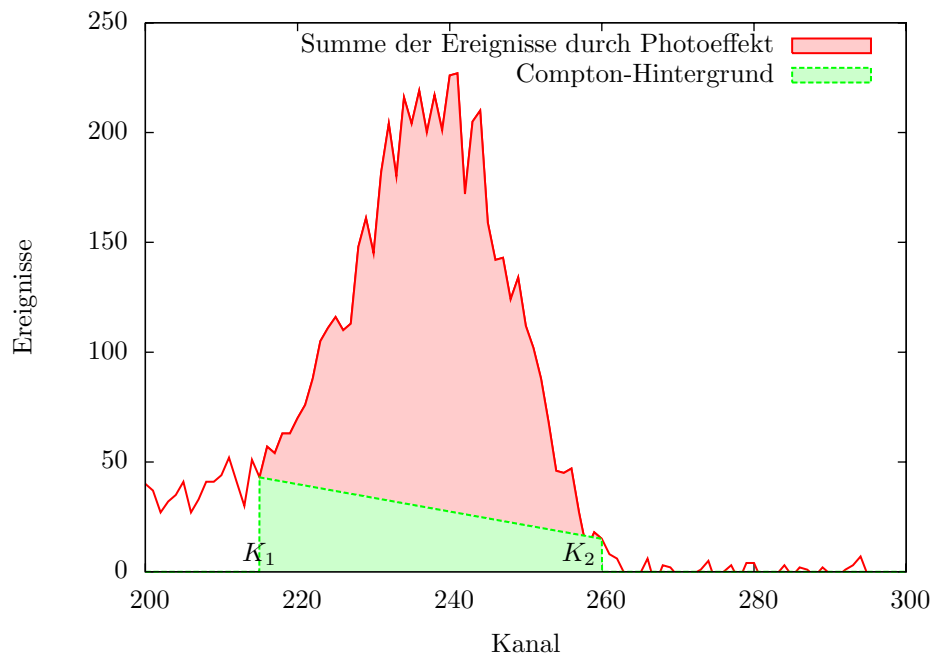


Abbildung 12: Energie des gestreuten Photons bei verschiedenen Winkeln

Abbildung 13: Bestimmung der Ruheenergie des Elektrons mc^2 Abbildung 14: Subtraktion des Compton-Hintergrunds bei der Bestimmung von N , am Beispiel von Graphit für $\theta = 45^\circ$

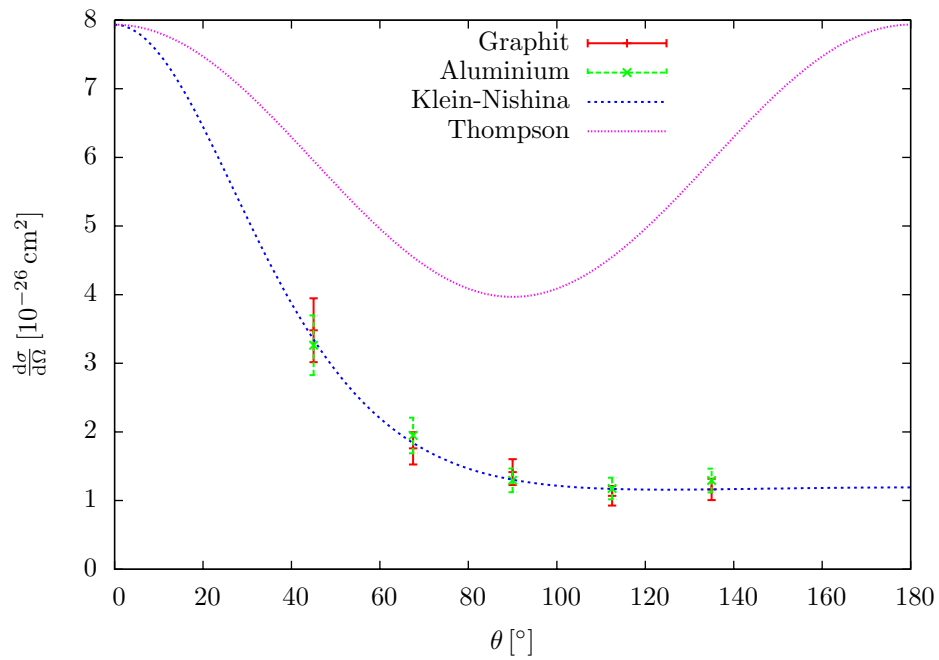


Abbildung 15: Gemessener differentieller Wirkungsquerschnitt im Vergleich zur Thomson- und zur Klein-Nishina-Formel

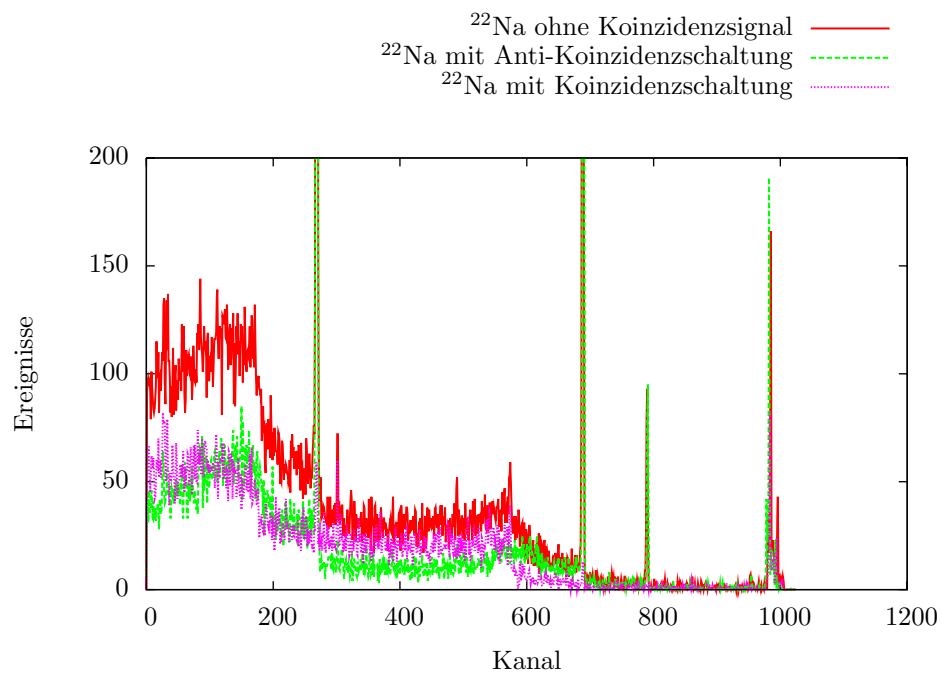


Abbildung 16: Messungen mit dem Anti-Compton-Shield-Detektor für die ^{22}Na -Probe

Quelle	K_1 [-]	K_2 [-]	N_{ohne} [-]	N_{mit} [-]	Reduktion [%]
^{22}Na	0	180	19223	9240	51,9
^{22}Na	280	580	9655	3477	63,9
^{152}Eu	240	400	25453	9653	62,1

Tabelle 4: Reduktion des Compton-Hintergrunds

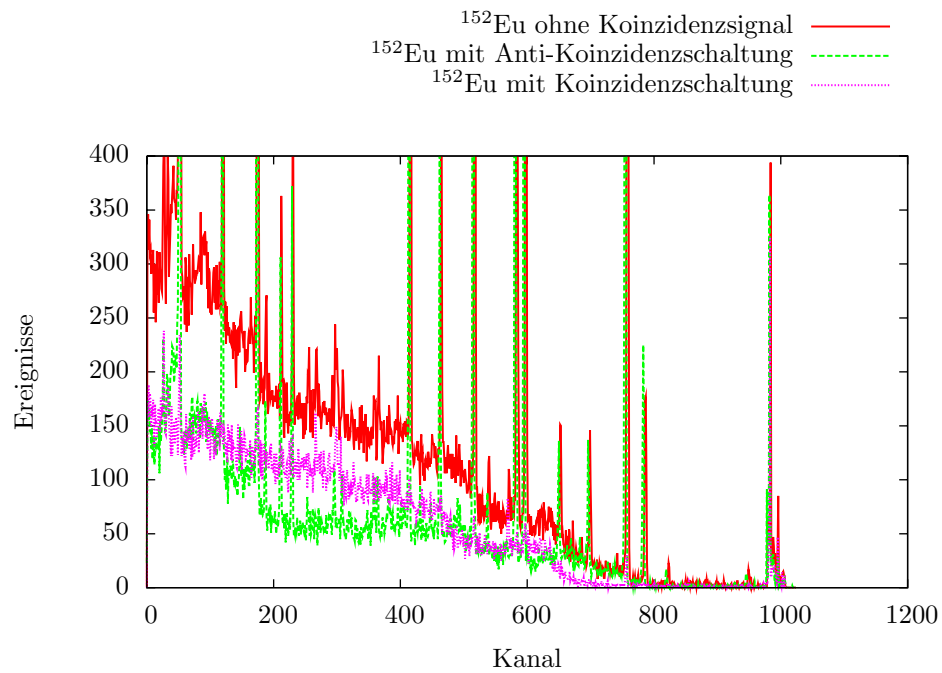


Abbildung 17: Messungen mit dem Anti-Compton-Shield-Detektor für die ^{152}Eu -Probe

Quelle	Energie [keV]	Kanal Ge	Kanal NaI
^{22}Na	511	264	277
^{22}Na	1275	674	691
^{137}Cs	662	343	358
^{60}Co	1173	620	649
^{60}Co	1332	707	737

Tabelle 5: Erwartete Linien der ^{22}Na - ^{137}Cs und ^{60}Co -Strahler und zugeordnete Kanäle für den Ge- und NaI-Detektor

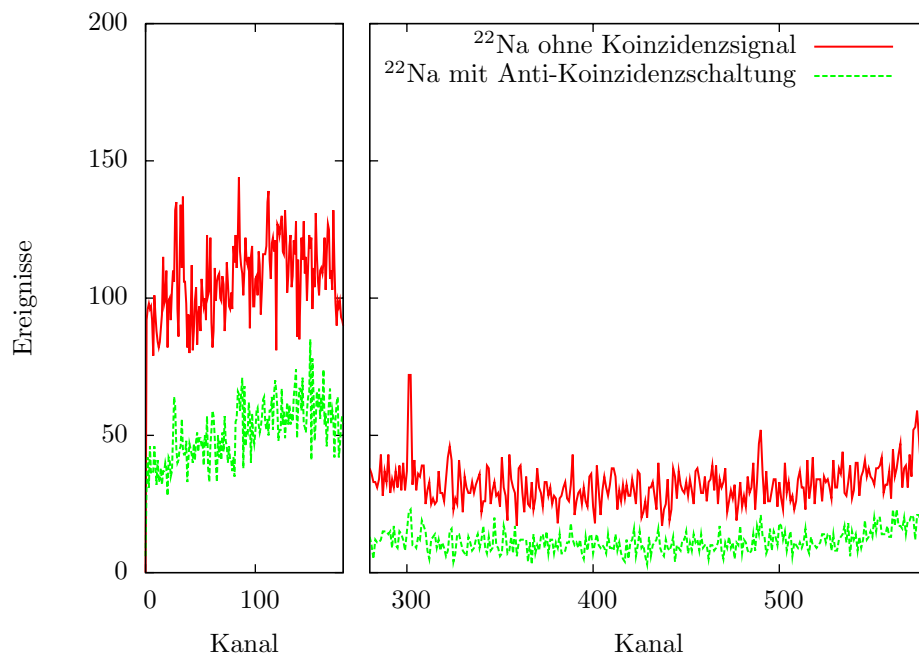


Abbildung 18: Ausschnitte aus der Messungen mit dem Anti-Compton-Shield-Detektor für die ^{22}Na -Probe

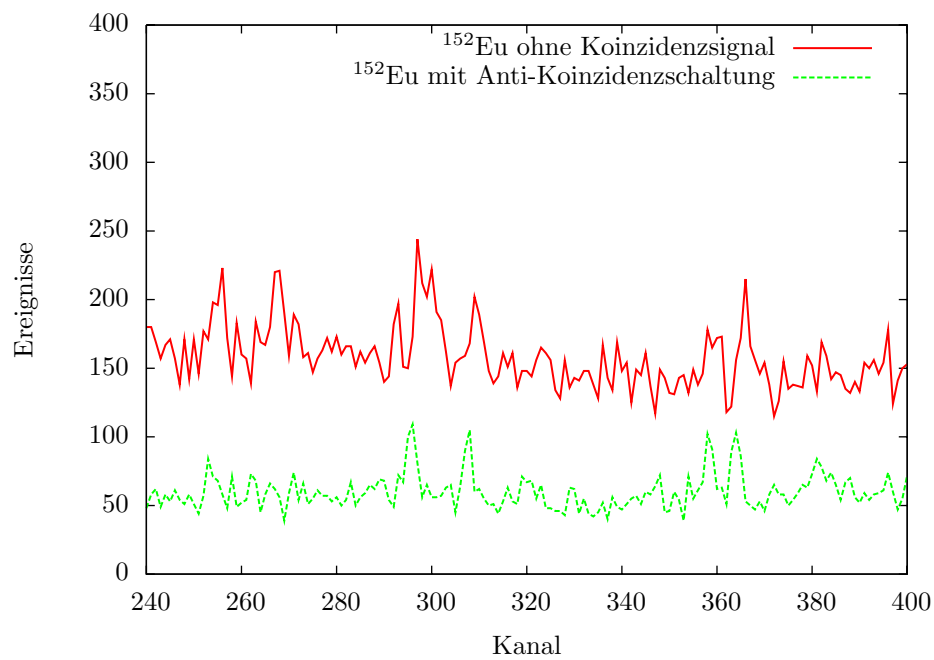


Abbildung 19: Ausschnitt aus der Messungen mit dem Anti-Compton-Shield-Detektor für die ^{152}Eu -Probe

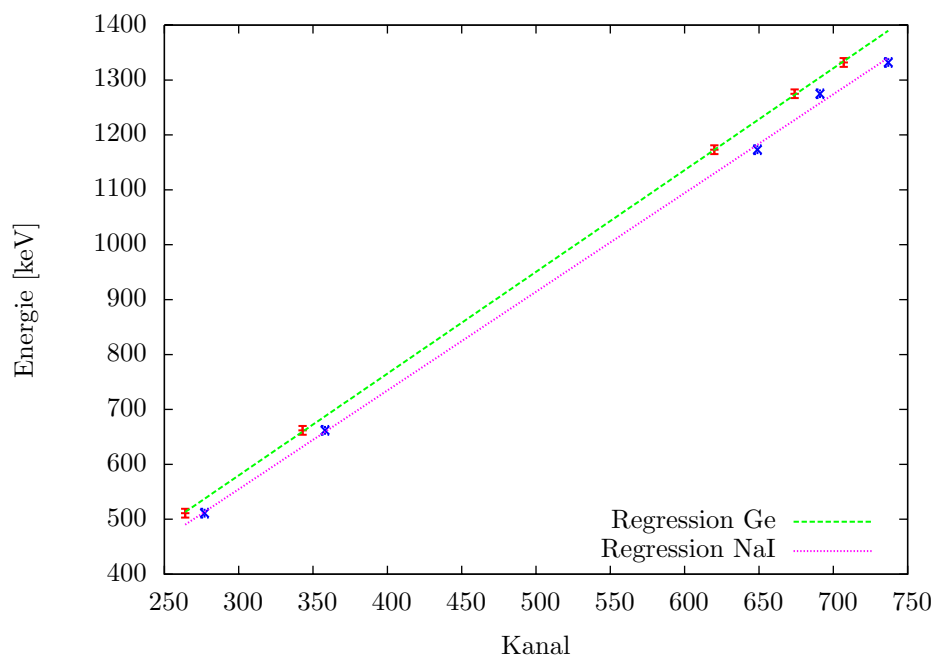


Abbildung 20: Lineare Regression für die Energiekalibrierung

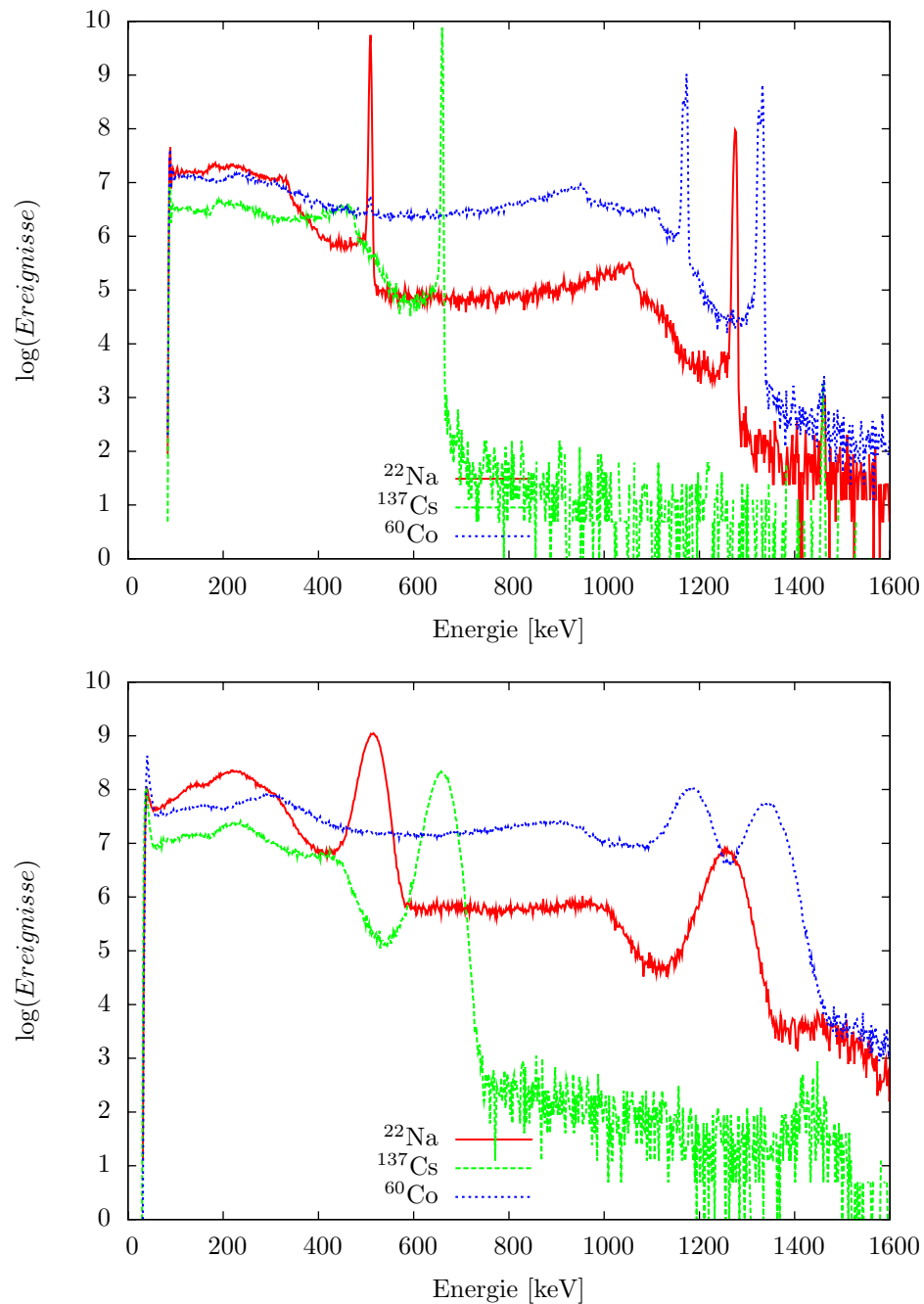


Abbildung 21: Die Gammaspektren des NaI- (unten) und Halbleiterdetektors mit der ermittelten Energieskala. Die Anzahl der Ereignisse ist logarithmisch aufgetragen.