

GEORG-AUGUST-UNIVERSITÄT  
GÖTTINGEN



Physikalisches Projektpraktikum  
**Flieg Pingu, flieg!**  
Angewandtes magnetisches Schweben

Praktikanten: Tobias Berkefeld  
Patrick Haase  
Nils Kanning  
Steffen Klemer  
Franziska Klingner  
Daniel Schiepel  
[ppp@noch-mehr-davon.de](mailto:ppp@noch-mehr-davon.de)

abgegeben am: 08.06.2007

Betreuer: Dr. Martin Wenderoth



## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Einleitung</b>	<b>4</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>4</b>
2.1 Magnetisches Schweben	4
2.1.1 Magnetischer Dipol	4
2.1.2 Magnetisierung von Materie	5
2.1.3 Magnetisierte Materie als magnetischer Dipol	6
2.1.4 Earnshaws Theorem	7
2.1.5 Realisationen von magnetischem Schweben	10
2.2 Magnetfelder von Spulen	12
2.2.1 Biot-Savart'sches Gesetz	12
2.2.2 Magnetfeld einer Leiterschleife	13
2.2.3 Magnetfeld einer Spule	14
2.3 Hall-Effekt	14
2.4 Feldeffekttransistoren	15
2.5 Regelungstechnik	16
2.5.1 Grundbegriffe	16
2.5.2 Berechnung einfacher Regelkreisglieder	17
2.5.3 Bode-Diagramme	19
2.5.4 Lead-lag Kompensation	20
<b>3 Umsetzung</b>	<b>24</b>
3.1 Steuerkreis	24
3.2 Unkompensiertes Schweben	28
3.3 Kompensiertes Schweben	32
3.4 Die finale Schaltung	37
<b>4 Messungen</b>	<b>38</b>
4.1 Magnetfelder von Spulen	38
4.1.1 Feldverstärkung durch Eisenkern	38
4.1.2 Feldstärke der verwendeten Spulen	39
4.2 Magnetfeld in Abhängigkeit von der Pulsweite	39
4.2.1 Vergleich mit Gleichstrom	40
<b>5 Rückblick, Ausblick und Ideen</b>	<b>41</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>42</b>
<b>A Tabellen und Grafiken</b>	<b>43</b>
<b>B Verwendete Hard- und Software</b>	<b>48</b>
<b>C Aufnahme der Oszilloskopdaten</b>	<b>49</b>
<b>D Die finale Schaltung</b>	<b>49</b>

## 1 Einleitung

Als wir im Februar antraten einen *Miniaturtransrapid* zu bauen, fanden wir recht schnell ein Vorgängerprojekt aus dem Sommersemester 2006 mit dem Titel "Linearmotor". Dort wurde ein Zugmodell mit einem 3-Phasen-Linearmotor verwirklicht, dem<sup>1</sup> nur noch der Schwebemechanismus fehlte.

Diesen sollte nun unser Projekt liefern. Dabei wollten wir uns vom Schweben an einer Stelle über den Hand-over von einem Schwebepunkt zum nächsten bis zur Kombination mit dem Linearantrieb durchhangeln. Die genannten Punkte sollten als Meilensteine dienen. Dies hat sich im Verlauf des Praktikums als so umfangreich herausgestellt, dass wir uns schließlich auf eine gründliche Untersuchung des Schwebephänomens, also den Meilenstein eins, konzentriert haben.

Zu diesem Zweck wurden zunächst grundsätzliche Möglichkeiten des magnetischen Schwebens in Theorie und Praxis evaluiert. Nachdem ein verwirklichter Aufbau gefunden war, wurden Magnetfelder von Spulen und Permanentmagneten vermessen, inkrementell eine Schaltung entwickelt und abschließend alles zusammengeworfen, um ein magnetisches Objekt in einer stabilen Schwebelage zu halten.

## 2 Theorie

### 2.1 Magnetisches Schweben

Das Ziel dieses Abschnitts ist darzustellen, warum ein Objekt nicht auf Grund von rein stationären Magnetfeldern am Schweben gehalten werden kann. Wir werden ein Objekt, auf das sowohl die Schwerkraft als auch ein stationäres Magnetfeld wirkt, betrachten. Unter *Schweben* verstehen wir dann, dass es einen Ort gibt, an dem auf das Objekt keine Kraft wirkt und es zudem bei kleinen Auslenkungen, die in realen Situationen ständig vorkommen, wieder in die Gleichgewichtslage zurückkehrt. Dieser Zusammenhang ist die Aussage des im Folgenden (siehe Abschnitt 2.1.4) diskutierten *Theorems von Earnshaw*.

Das magnetische Feld des Objekts werden wir als das eines Dipols annehmen und aus diesem Grund auch zunächst das Konzept eines magnetischen Dipols einführen. Dieses Konzept benötigen wir außerdem zur Erklärung der Magnetisierbarkeit von Materie. Wir gehen auch auf die verschiedenen Arten der Magnetisierbarkeit ein, da diese unterschiedliche Eigenschaften im Hinblick auf das magnetische Schweben haben.

Am Ende dieses Abschnitts soll schließlich noch erwähnt werden, welche Möglichkeiten es gibt, Objekte auf Grund von magnetischen Kräften am Schweben zu halten. Dabei steht insbesondere das von uns gewählte Rückkopplungsverfahren im Vordergrund.

#### 2.1.1 Magnetischer Dipol

Bei einem *magnetischen Dipol* handelt es sich im Makroskopischen um einen, zum Beispiel durch eine kreisförmige Leiterschleife, fließenden Strom. Im Mikroskopischen kann es sich jedoch in einem einfachen Bild auch um ein, um einen Atomkern kreisendes, Elektron handeln.

In beiden Fällen erzeugen die bewegten Ladungen auf Grund des *Ampèreschen Gesetzes* ein magnetisches Feld. Dieses kann mit Hilfe des *Biot-Savartschen Gesetzes* (Gl. 11) berechnet werden. Die Rechnung für die zur Stromschleife orthogonale Komponente des Feldes auf der Symmetrieachse der Schleife wird in Abschnitt 2.2.2 vorgeführt. Allgemein findet man, dass das Feld für große Abstände von der Stromschleife dem eines elektrischen Dipols gleicht. Man sagt, dass sich die *Fernfelder* gleichen.

Analog zum elektrischen Fall definiert man ein *magnetisches Dipolmoment*  $\vec{m}$  als:

$$\vec{m} = I \vec{A}$$

Hierbei ist  $I$  die Stromstärke in der Stromschleife und  $\vec{A}$  die von der Schleife eingeschlossene Fläche. Die Orientierung des Flächenvektors wird dabei in Richtung der zur Fläche orthogonalen Komponente des erzeugten Magnetfeldes gewählt.

---

<sup>1</sup>scheinbar

**Kraftwirkung** Da ein magnetischer Dipol aus bewegten Ladungsträgern besteht, wirkt auf ihn in einem externen Magnetfeld  $\vec{B}$  die Lorentzkraft. Auf ein Schleifenelement  $d\vec{x}$  wirkt die Kraft  $d\vec{F}$ :

$$d\vec{F} = I(d\vec{x} \times \vec{B})$$

Wir erhalten die Gesamtkraft durch Integration über die geschlossene kreisförmige Schleife  $K$ :

$$\vec{F} = I \oint_K (d\vec{x} \times \vec{B})$$

Im Falle eines homogenen Magnetfeldes  $\vec{B}$  ergibt sich:

$$\vec{F} = I \left( \oint_K d\vec{x} \right) \times \vec{B}$$

Da  $\oint_K d\vec{x} = \vec{0}$  folgt:

$$\vec{F} = \vec{0}$$

Das auf den Dipol wirkende Drehmoment  $\vec{T}$  wird im Fall eines homogenen externen Magnetfeldes zu:

$$\vec{T} = I \oint_K \vec{x} \times (d\vec{x} \times \vec{B}) = \vec{m} \times \vec{B}$$

Damit wirkt auf den Dipol kein Drehmoment, falls  $\vec{m}$  und  $\vec{B}$  parallel oder anti-parallel ausgerichtet sind. Im Fall der parallelen Ausrichtung ist die Situation stabil. Bei anti-paralleler Ausrichtung führt bereits eine kleine Auslenkung aus dieser Lage zu einer Drehung in die stabile Lage. Ein magnetischer Dipol richtet sich somit stets entlang des externen Feldes aus.

Schließlich ist für uns noch die Kraft in einem inhomogenen Magnetfeld von Bedeutung. Diese verschwindet nicht. Sie ergibt sich zu:

$$\vec{F} = (\vec{m} \cdot \nabla) \vec{B} \quad (1)$$

### 2.1.2 Magnetisierung von Materie

Im Vakuum ist die *magnetische Feldstärke*  $\vec{H}$  mit der *magnetischen Flussdichte*  $\vec{B}$  durch die *Permeabilitätskonstante*  $\mu_0$  verknüpft:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

Es stellt sich heraus, dass sich dieses Verhalten in Materie ändert. Man findet den Zusammenhang:

$$\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$$

Hierbei ist  $\mu_r$  die *relative Permeabilität* eines Stoffes – eine materialspezifische Konstante.

Um diese Änderung zu erklären, betrachtet man in der Materie vorhandene mikroskopische Dipolmomente. Wie bereits erwähnt, erzeugen in einem naiven Bild die um einen Kern kreisenden Elektronen Dipolmomente  $\vec{m}_i$ . Die *Magnetisierung*  $\vec{J}$  ist nun die Volumendichte dieser Dipolmomente:

$$\vec{J} = \frac{\sum_i \vec{m}_i}{V} = \frac{\vec{m}}{V} \quad (2)$$

Die Dipolmomente  $\vec{m}_i$  sind zunächst regellos ausgerichtet und daher makroskopisch nicht wahrnehmbar. Bringt man diese Materie nun jedoch in ein externes Magnetfeld, so wirkt auf sie ein Drehmoment. Daraufhin findet eine Ausrichtung längs des externen Feldes statt. Damit sorgt die nun von Null verschiedene Magnetisierung für eine Änderung der magnetischen Flussdichte:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{J}) \quad (3)$$

Man nimmt nun meist an, dass die Magnetisierung linear mit dem externen Feld  $\vec{H}$  zunimmt:

$$\vec{J} = \chi_m \vec{H}$$

Hier ist  $\chi_m$  die *magnetische Suszeptibilität*. Wir erhalten so aus Gl. 2 und Gl. 3:

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi_m)\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H} \quad (4)$$

Damit folgern wir schließlich den Zusammenhang:

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

Beim Zustandekommen der Magnetisierung müssen mehrere Typen unterschieden werden.

**Paramagnetismus** Den oben beschriebenen Mechanismus der Ausrichtung der mikroskopischen Kreisströme bezeichnet man als *Paramagnetismus*. Da sich die Dipolmomente mit dem externen Feld ausrichten, ist in diesem Fall  $\chi_m$  positiv. Die Größenordnung ist etwa:

$$10^{-6} < \chi_m < 10^{-4}$$

**Diamagnetismus** Im Gegensatz zum Paramagnetismus beruht der *Diamagnetismus* nicht auf der Ausrichtung permanent vorhandener Dipolmomente. Stattdessen werden durch ein externes Feld inneratomare Ringströme induziert. Diese sind nach der *Lenzschen Regel* dem externen Feld entgegen gerichtet. Damit ist in diesem Fall  $\chi_m$  negativ und bewegt sich typischerweise in der Größenordnung:

$$-10^{-4} < \chi_m < 10^{-9}$$

**Ferromagnetismus** *Ferromagnetische* Materialien weisen ein positives  $\chi_m$  auf. Die Suszeptibilität ist typischerweise um Größenordnungen höher als bei paramagnetischen Materialien. Der Zusammenhang zwischen  $\vec{J}$  und  $\vec{H}$  ist nicht mehr linear. Insbesondere behalten ferromagnetische Stoffe einen Teil ihrer Magnetisierung auch ohne ein externes Feld bei – man spricht von einer *remanenten Magnetisierung*.

### 2.1.3 Magnetisierte Materie als magnetischer Dipol

Nachdem wir uns mit den Mechanismen der Magnetisierung beschäftigt haben, wollen wir dieses Wissen nun anwenden um kleine magnetisierte Objekte als makroskopische Dipole zu beschreiben.

**Para- und Diamagnetische Objekte** Wir verwenden Gl. 4 um die Magnetisierung darzustellen:

$$\vec{J} = \chi_m \vec{H} = \frac{\chi_m}{\mu_0(1 + \chi_m)} \vec{B}$$

Da im Fall von para- oder diamagnetischen Materialien  $|\chi_m| \ll 1$ , können wir den additiven Beitrag von  $\chi_m$  im Nenner der obigen Gleichung vernachlässigen. Physikalisch bedeutet dies, dass die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  durch das Objekt nur unwesentlich verändert wird. Wir erhalten:

$$\vec{J} = \frac{\chi_m}{\mu_0} \vec{B}$$

Andererseits können wir die Magnetisierung auch durch ein Dipolmoment  $\vec{m}$  ausdrücken:

$$\vec{J} = \frac{\sum_i \vec{m}_i}{V} = \frac{\vec{m}}{V}$$

Damit erhalten wir für das Dipolmoment eines Objekts mit Volumen  $V$ :

$$\vec{m} = \frac{\chi_m V}{\mu_0} \vec{B} \quad (5)$$

Gemäß Gl. 1 wirkt also die Kraft:

$$\vec{F} = \left( \frac{\chi_m V}{\mu_0} \vec{B} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{B} = \frac{\chi_m V}{2\mu_0} \vec{\nabla} B^2$$

Beachten wir, dass die auf einen Körper wirkende Kraft der negative Gradient eines Potentials  $U$  ist, so können wir die potentielle Energie des makroskopischen Dipols im externen Magnetfeld berechnen:

$$U = -\frac{\chi_m V}{2\mu_0} B^2 \quad (6)$$

**Ferromagnetische Objekte** Um ein ferromagnetisches Objekt als Dipol zu beschreiben nehmen wir vereinfachend an, dass das Dipolmoment  $\vec{m}$  nicht vom externen Feld abhängt und somit also nur durch die Remanenz bestimmt ist. Die Kraft entspricht dann wortwörtlich Gl. 1. Wir nehmen weiter an, dass der Raum stromfrei ist und keine variablen elektrischen Felder vorhanden sind. In diesem Fall wird das Ampèresche Gesetz zu  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$ . Damit können wir die Kraft schreiben als:

$$\vec{F} = \vec{\nabla}(\vec{m} \cdot \vec{B})$$

Die potentielle Energie ergibt sich sofort zu:

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B} \quad (7)$$

#### 2.1.4 Earnshaws Theorem

In der ursprünglichen Fassung besagt das von dem englischen Physiker Samuel Earnshaw 1842 veröffentlichte Theorem, dass ein System aus elektrischen Ladungen nicht durch ein statisches elektrisches Feld in einem stabilen Gleichgewicht gehalten werden kann.

Diese Aussage schließt nicht aus, dass es Punkte gibt, an denen die Gesamtkraft auf das System verschwindet. Da es keine stabile Gleichgewichtslage gibt, gibt es in jedem Punkt, an dem die Gesamtkraft verschwindet, mindestens eine Richtung so, dass schon bei einer kleinen Auslenkung des Systems in dieser Richtung eine Kraft weg von der labilen Gleichgewichtslage wirkt.

Diese Fassung des Theorems wird sehr zugänglich von Maxwell [1, S. 139-141] beschrieben.

Im Jahr 1939 wurde die Aussage des Theorems von Werner Braunbek auf elektrische, magnetische Felder sowie Gravitationsfelder ausgeweitet:

Es wird die Frage untersucht, ob durch statische oder stationäre elektrische und magnetische Felder ein Körper oder ein System in einer stabilen Gleichgewichtslage frei schwebend erhalten werden kann. Es zeigt sich, dass dies prinzipiell unmöglich ist, falls keine diamagnetischen Stoffe an dem Vorgang beteiligt sind. [2]

Wir werden nun die Grundidee des Beweises skizzieren und anschließend dieses Prinzip auf einige konkrete Situationen anwenden.

Wir betrachten zunächst ein Objekt, das sich in einer Gleichgewichtslage befindet, das heißt, die Gesamtkraft  $\vec{F}$  verschwindet. Um zu entscheiden, ob es sich um ein stabiles Gleichgewicht handelt, betrachten wir weiter das Oberflächenintegral:

$$\oint_O \vec{F} \cdot d\vec{A}$$

Hierbei ist  $O$  die Oberfläche einer Kugel um den Gleichgewichtspunkt mit infinitesimalem Radius. Der Vektor  $d\vec{A}$  ist stets radial nach außen gerichtet. Dieses Integral ist nun ein Maß dafür, ob es Richtungen gibt, in denen die Kraft einen radial nach außen gerichteten Anteil hat. Existiert eine solche Richtung, so gibt es einen Beitrag  $\vec{F} \cdot d\vec{A} > 0$  zum Integral und es kann sich nicht um ein stabiles Gleichgewicht handeln.

Wir betrachten nun den Fall, dass das gesamte Integral positiv ist:

$$\oint_O \vec{F} \cdot d\vec{A} > 0$$

In diesem Fall muss es eine Richtung geben, in der  $\vec{F} \cdot d\vec{A} > 0$ . Folglich existiert kein stabiles Gleichgewicht. Eine allgemeine Aussage kann auch für den Fall eines verschwindenden Integrals getroffen werden:

$$\oint_O \vec{F} \cdot d\vec{A} = 0$$

Gibt es Beiträge  $\vec{F} \cdot d\vec{A} \neq 0$ , so muss es auch Beiträge  $\vec{F} \cdot d\vec{A} > 0$  geben. Ist hingegen an jedem Ort auf der Kugeloberfläche  $\vec{F} \cdot d\vec{A} = 0$ , so wirkt bei kleinen Auslenkungen aus dem Gleichgewicht zwar keine Kraft, die die Bewegung vom Gleichgewicht weg weiter beschleunigt, das Objekt bewegt sich aber trotzdem gleichförmig von der Gleichgewichtslage weg. Damit kann es sich um kein stabiles Gleichgewicht handeln.

Es verbleibt der Fall:

$$\oint_O \vec{F} \cdot d\vec{A} < 0$$

Hier kann keine allgemeine Aussage getroffen werden.

Um nun zu unterscheiden, ob bei einem gegebenen System ein stabiles Gleichgewicht möglich ist, müssen wir das obige Integral auswerten. Dazu nehmen wir zunächst an, dass alle Kräfte durch den negativen Gradienten eines Potentials  $U$  ausgedrückt werden können. Anschließend überführen wir das Oberflächenintegral mit dem *Gaußschen Integralsatz* in ein Volumenintegral über das Kugelvolumen  $V$ :

$$\oint_O \vec{F} \cdot d\vec{A} = \oint_O -\vec{\nabla}U \cdot d\vec{A} = \int_V \vec{\nabla} \cdot (-\vec{\nabla}U) dV = - \int_V \Delta U dV$$

Da Braunkbeks Theorem eine stabile Gleichgewichtslage für Objekte in statischen magnetischen, elektrischen oder Gravitationsfeldern ohne die Beteiligung von diamagnetischen Stoffen verbietet, muss in diesen Fällen also gelten:

$$\int_V \Delta U dV \leq 0$$

Wir werden nun verschiedene magnetisierbare Objekte in einem externen Magnetfeld  $\vec{B}$  und dem Schwerfeld der Erde betrachten. Das magnetische Verhalten dieser Objekte beschreiben wir wie in Abschnitt 2.1.3 entwickelt als Dipol. Außerdem nehmen wir an, dass sich das Objekt im stromfreien Vakuum befindet. Da der Raum auch frei von elektrischen Feldern ist, ist das Magnetfeld nicht nur divergenz- sondern auch rotationsfrei:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{\nabla} \times \vec{B} &= 0 \end{aligned}$$

**Ferromagnetisches Objekt mit fester Orientierung** Als erstes betrachten wir den Fall eines ferromagnetischen Objekts, dessen Dipolmoment  $\vec{m}$  wir, wie schon in Abschnitt 2.1.3, als körperfest annehmen. Zudem nehmen wir den unrealistischen Fall an, dass das Dipolmoment zudem raumfest ist.

Die potentielle Energie dieses Dipols ergibt sich mit Gl. 7 zu:

$$U = -\vec{m} \cdot \vec{B} + mgz$$

Dabei ist  $m$  die Masse des Objekts,  $g$  die Gravitationsbeschleunigung und  $z$  die vertikale Position bezüglich einer Referenzhöhe.

Da der Laplace-Operator linear ist, können wir die einzelnen Beiträge getrennt behandeln. Offensichtlich verschwindet der gravitative Beitrag:

$$\Delta mgz = 0$$

Weiter gilt:

$$\begin{aligned}\underline{\Delta} \vec{m} \cdot \vec{B} &= m_x(\partial_x^2 B_x + \partial_y^2 B_x + \partial_z^2 B_x) \\ &\quad + m_y(\partial_x^2 B_y + \partial_y^2 B_y + \partial_z^2 B_y) \\ &\quad + m_z(\partial_x^2 B_z + \partial_y^2 B_z + \partial_z^2 B_z)\end{aligned}$$

Wir betrachten nun zunächst den Term  $\partial_x^2 B_x + \partial_y^2 B_x + \partial_z^2 B_x$ . Da  $\vec{B}$  divergenzfrei ist folgt:

$$\partial_x(\partial_x B_x + \partial_y B_y + \partial_z B_z) = 0$$

Mit Hilfe der Rotationsfreiheit und durch Vertauschen der partiellen Ableitungen folgt:

$$\partial_x^2 B_x + \partial_y^2 B_x + \partial_z^2 B_x = 0 \quad (8)$$

Die Argumentation für die Komponenten  $B_y$  und  $B_z$  verläuft analog.

Damit erhalten wir:

$$\underline{\Delta} \vec{m} \cdot \vec{B} = 0$$

Schließlich bedeutet dies auch:

$$\int_V \underline{\Delta} U dV = 0$$

Folglich gibt es kein stabiles Gleichgewicht und es ist kein Schweben möglich.

**Paramagnetisches Objekt** Nun betrachten wir ein paramagnetisches Objekt. Da in diesem Fall  $\chi_m > 0$  ist, ist das Dipolmoment laut Gl. 6 parallel zum externen Feld. Für die potentielle Energie bedeutet dies:

$$U = -\frac{\chi_m V}{2\mu_0} \vec{B}^2 + mgz \quad \text{wobei } \chi_m > 0$$

Wir müssen also den Laplace-Operator auf  $\vec{B}^2$  anwenden:

$$\underline{\Delta} \vec{B}^2 = \underline{\Delta}(B_x^2 + B_y^2 + B_z^2)$$

Auf Grund der Linearität betrachten wir zunächst:

$$\underline{\Delta} B_x^2 = 2 \underbrace{((\partial_x B_x)^2 + (\partial_y B_x)^2 + (\partial_z B_x)^2)}_{\geq 0} + 2B_x \underbrace{(\partial_x^2 B_x + \partial_y^2 B_x + \partial_z^2 B_x)}_{=0}$$

Der zweite Summand verschwindet auf Grund von Gl. 8. Da diese Rechnung für die Komponenten  $B_y$  und  $B_z$  analog verläuft, erhalten wir schließlich:

$$\underline{\Delta} U = \underline{\Delta} \left( -\frac{\chi_m V}{2\mu_0} \vec{B}^2 + m\vec{g}z \right) \leq 0 \quad \text{für } \chi_m > 0$$

Schweben ist also nicht möglich.

**Diamagnetisches Objekt** Im Falle eines diamagnetischen Objekts ergibt sich analog zum eben diskutierten Fall die potentielle Energie zu:

$$U = -\frac{\chi_m V}{2\mu_0} \vec{B}^2 + mgz \quad \text{wobei } \chi_m < 0 \quad (9)$$

Da  $\chi_m$  nun im Vergleich zum paramagnetischen Fall das entgegengesetzte Vorzeichen hat folgt:

$$\underline{\Delta} U = \underline{\Delta} \left( -\frac{\chi_m V}{2\mu_0} \vec{B}^2 + m\vec{g}z \right) \geq 0 \quad \text{für } \chi_m < 0$$

Stabile Gleichgewichtslagen können auf Grund von dieser Betrachtung also nicht ausgeschlossen werden.

### 2.1.5 Realisationen von magnetischem Schweben

In der obigen Diskussion deutete sich schon an, dass es Fälle gibt, in denen magnetisches Schweben möglich ist. Das heisst, dass es eine stabile Gleichgewichtslage geben kann. In diesem Abschnitt wollen wir die verschiedenen Möglichkeiten zur Realisation eines solchen Gleichgewichts diskutieren. Ein Überblick der im Folgenden vorgestellten denkbaren Verfahren wird in Tab. 1 gegeben.

Diamagnetismus	Schweben von diamagnetischen oder supraleitenden Objekten in einem statischen Magnetfeld
Spinstabilisierung	Rotation eines ferromagnetischen Objektes ermöglicht stabiles Schweben (Prinzip des Levitrons)
aktive Regulierung	Ferromagnet schwebt im externen Feld eines Elektromagneten; Stabilisation der Gleichgewichtslage durch dynamische Regelung des Feldes

Tabelle 1: Verschiedene Ansätze zur Realisation von magnetischem Schweben

**Diamagnetisches Schweben** Im Fall eines diamagnetischen Objekts konnte im vorherigen Abschnitt nicht die Unmöglichkeit einer stabilen Gleichgewichtslage gezeigt werden. Eine weitergehende Betrachtung zeigt zudem, dass es Anordnungen gibt, um diamagnetische Objekte schweben zu lassen. Eine solche Anordnung wird auch von Werner Braunbek beschrieben. [3]

Die Hauptschwierigkeit besteht in der sehr kleinen Suszeptibilität von diamagnetischen Stoffen. So ist der derzeit bekannte am stärksten diamagnetische Stoff Pyrolytischer Graphit mit einer Suszeptibilität [5]  $\chi_M$  von bis zu  $-450 \cdot 10^{-6}$ . In der selben Größenordnung liegt Bismut [4, S. 442] mit  $\chi_M = 150 \cdot 10^{-6}$ .

Wir wollen nun die Feldstärke, die benötigt wird um ein Stück Bismut zum Schweben zu bringen, überschlagen. Im Gleichgewicht verschwindet die Gesamtkraft. Deswegen muss der Gradient von Gl. 9 gleich Null sein:

$$\frac{\chi_m V}{\mu_0} \vec{B} \nabla \vec{B} = m \vec{g}$$

Wir betrachten nun ein, mittig unter einer vertikal ausgerichteten Spule schwebendes, Stück Bismut. Dabei gehen wir zu Beträgen über. Außerdem hat das Magnetfeld an dieser Position nur eine vertikale Komponente. Schließlich drücken wir noch das Volumen und die Masse durch die Dichte  $\rho$  des Bismutstücks aus:

$$\left| \frac{\chi_m V}{\mu_0} B_z \partial_z B_z \right| = |mg|$$

Aus Gl. 14 geht hervor, dass für die Größe  $|B_z \partial_z B_z|$  direkt unterhalb der Spule bei einem, im Vergleich zur Spulenlänge  $L$  kleinen, Radius  $R$  näherungsweise gilt:

$$|B_z \partial_z B_z| \approx \frac{|B_{z0}^2|}{4L}$$

Hier ist  $B_{z0}$  die vertikale Feldkomponente in der Mitte der Spule. Wir können so abschätzen, wie stark ein Spulenfeld sein muss, damit darin Bismut schweben kann:

$$|B_{z0}| \approx \sqrt{4L \frac{\rho g}{\chi_m} \mu_0}$$

Mit einer Spulenlänge von 10 cm und einer Dichte des Bismuts [4, S. 214] von  $9800 \text{ kg/m}^3$  erhalten wir den Wert:

$$|B_{z0}| \approx 16 \text{ T}$$

Auch wenn aus dieser Rechnung keine quantitativen Schlüsse gezogen werden können, verdeutlicht sie jedoch, dass für das diamagnetische Schweben im Allgemeinen starke Magnetfelder, bzw. große Feldinhomogenitäten benötigt werden.

Neben dem reinen diamagnetischen Schweben kann auch die instabile Gleichgewichtslage eines Permanentmagneten, also eines Ferromagneten, durch die Positionierung diamagnetischer Stoffe in der Umgebung dieser Gleichgewichtslage stabilisiert werden. Man spricht dann von *diamagnetisch stabilisiertem Schweben* [5].

Schließlich können zu einer oberflächlichen Erklärung des Schwebens mit Hilfe von *Supraleitern* diese auch als Diamagneten, allerdings mit einer vom Betrag her deutlich größeren Suszeptibilität, aufgefasst werden.

**Das Levitron** Beim *Levitron* handelt es sich um einen Permanentmagneten, der über einem weiteren ringförmigen Permanentmagneten schwebt. Der zum Schweben zu bringende Permanentmagnet wird so ausgerichtet, dass das Dipolmoment anti-parallel zum Magnetfeld des anderen Magneten ausgerichtet ist. Dadurch stoßen sich beide Magneten ab. Es gibt einen Punkt an dem sich die Gewichtskraft des schwebenden Magneten und die Abstoßung kompensieren. Dieses Gleichgewicht ist auch bezüglich der vertikalen Richtung stabil. Die Stabilität des gesamten Systems wird beim Levitron durch eine Rotation des schwebenden Magneten um die Achse seines Dipolmoments erreicht. Bei günstiger Wahl der Anfangsbedingungen präzisiert das Dipolmoment nun um die Achse des lokalen Magnetfeldes und die anti-parallele Ausrichtung bleibt somit bestehen. Anschaulich wird so das Umkippen des Magneten verhindert. Man spricht von *Spin-stabilisiertem magnetischen Schweben* [6].

An dieser Stelle wird eine Lücke in Braunbeks Beweis der Ausweitung von Earnshaws Theorem [2] deutlich. Braunbek argumentiert lediglich bezüglich Translationsbewegungen des schwebenden Körpers und schließt fälschlicherweise aus der Instabilität bezüglich der Translation auf ein allgemein instabiles Verhalten [5].

**Regelung des Magnetfeldes** Das von uns verwendete Prinzip, um ein Objekt durch magnetische Kräfte am Schweben zu halten, beruht auf der aktiven Regelung des externen Magnetfeldes auf Grund der Position, an der sich das Objekt gerade befindet.

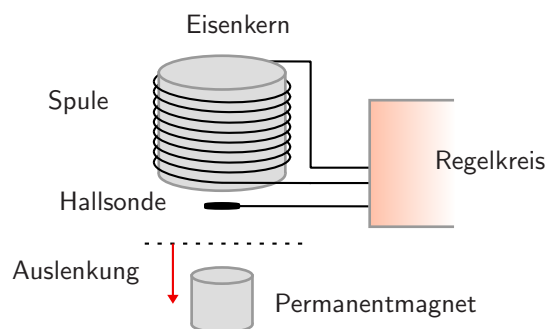


Abbildung 1: Magnetisches Schweben durch ein variables Spulenfeld

Der dabei verwendete Aufbau ist in Abb. 1 dargestellt. Wir verwenden eine vertikal ausgerichtete Spule mit einem magnetisierbaren Eisenkern. Unterhalb dieser Spule befindet sich ein Permanentmagnet, der zum Schweben gebracht wird.

Ohne den Einfluss der Spule wird der Eisenkern durch den Permanentmagneten magnetisiert. Durch den Eisenkern wird nun ein magnetisches Feld erzeugt, auf Grund dessen der Permanentmagnet eine Kraft in Richtung Eisenkern erfährt. Überwiegt diese Kraft gegenüber der Gewichtskraft des Permanentmagneten, so wird der Magnet Richtung Eisenkern beschleunigt. Andernfalls fällt er zu Boden.

Betrachten wir den Permanentmagneten als Dipol, so ist sein Dipolmoment parallel zu dem, durch den Eisenkern erzeugten, Feld ausgerichtet. Aus diesem Grund erfährt er näherungsweise kein Drehmoment. Außerdem wird er lediglich in vertikaler Richtung beschleunigt. Die Position ist stabil hinsichtlich horizontaler Störungen. Auch wenn wir das hier beschriebene System nicht explizit im Abschnitt 2.1.4 behandelt haben, verbietet Braunbeks Formulierung eine insgesamt stabile Gleichgewichtslage. Tatsächlich ist die vertikale Position des Magneten, wie wir natürlich auch durch unsere alltägliche Erfahrung wissen, instabil. Allerdings

existiert eine Höhe in der zumindest alle Kräfte auf den Magneten verschwinden – es gibt eine labile Gleichgewichtslage.

Die Idee ist nun, den Magneten um diese Gleichgewichtslage zu stabilisieren. An dieser Stelle wird die Spule von Bedeutung. Falls der Magnet zu tief sinkt, wird durch einen Stromfluss durch die Spule das Magnetfeld so verstärkt, dass der Magnet wieder nach oben beschleunigt wird. Dies führt im Allgemeinen jedoch zu einem Durchqueren der Gleichgewichtslage und damit zu einer Beschleunigung hin zum Eisenkern. Dementsprechend muss bei einer solchen Auslenkung das durch den Eisenkern und die Spulenwindungen erzeugte Gesamtfeld geschwächt werden.

Um diese Idee umzusetzen, muss nun jedoch die aktuelle Position des Magneten bestimmt werden. Hierfür sind mehrere Möglichkeiten denkbar. So könnte man die Position durch optische Verfahren bestimmen. Wir haben uns hingegen für eine zwischen der Spule und dem Magneten positionierte Hallsonde entschieden. Diese misst die vertikale Magnetfeldkomponente an einer festen Position. Sinkt der Magnet, so wird auch das Magnetfeld an dieser Stelle geschwächt. Damit ist die Feldstärke ein Maß für die Auslenkung. Das Signal der Hallsonde wird dann über einen Regelkreis in einen Spulenstrom umgesetzt, der so gerichtet ist, dass die Auslenkung wieder verringert wird. Da das Ausgangssignal der Regelung, also der Spulenstrom, das Eingangssignal, die Position des Magneten, beeinflusst, spricht man von *Rückkopplung*.

Bei unserer Umsetzung wird der Magnet allerdings zur technischen Vereinfachung der Regelung nicht exakt an der Stelle des labilen Gleichgewichts stabilisiert. Dies liegt daran, dass es auf Grund der verwendeten Bauteile einfacher ist, ihn an einer Stelle zu halten, an der, bei der Position der Hallsonde, das Feld gleich Null ist.

Bei dem bis hierhin geschilderten Prinzip stellt eine zeitliche Verzögerung zwischen der Änderung der Position des Magneten und der Reaktion auf diese Änderung durch einen angepassten Spulenstrom eine wesentliche Schwierigkeit dar. Diese Verzögerung rührt vor allem aus der Induktivität des Spule und der Trägheit her. Sie führt im Allgemeinen zu einer Schwingung des Magneten um eine Gleichgewichtslage. Die Amplitude dieser Schwingung nimmt solange stetig zu, bis die Auslenkung nicht mehr durch eine Änderung des Spulenstroms beeinflusst werden kann. Der Magnet fällt also herunter oder schlägt gegen den Eisenkern. Um diese Schwingungen zu unterbinden, muss die zeitliche Verzögerung durch eine Modifikation des Regelkreises ausgeglichen werden.

Es bleibt noch anzumerken, dass das Schweben des Magneten auch ohne einen Eisenkern erreicht werden kann. Allerdings muss in diesem Fall die gesamte Gewichtskraft des Magneten durch das Spulenfeld kompensiert werden, was zu einem größeren Spulenstrom führt. Da nur noch zwei Kräfte beteiligt sind, ist dieser Fall jedoch stabiler.

## 2.2 Magnetfelder von Spulen

### 2.2.1 Biot-Savart'sches Gesetz

Wie in Abschnitt 2.1.1 schon erwähnt, entstehen Magnetfelder durch bewegte Ladungsträger. Wir betrachten ein Teilchen mit der Ladung  $q$ , welches sich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegt. Sei  $P$  der Raumpunkt, an dem die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  bestimmt werden soll und  $\vec{e}_r$  ein Einheitsvektor, der vom Teilchen in Richtung von  $P$  zeigt (siehe Abbildung 2).

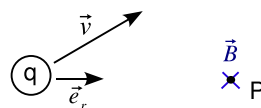


Abbildung 2: Bewegtes geladenes Teilchen

Das Magnetfeld  $\vec{B}$  steht senkrecht zu  $\vec{v}$  und  $\vec{e}_r$ , es zeigt also in Richtung von  $\vec{v} \times \vec{e}_r$ . Das Feld ist proportional zur Ladung und zur Geschwindigkeit des Teilchens. Zudem stellte sich experimentell die Abhängigkeit

$B \sim \frac{1}{r^2}$  heraus, wobei  $r$  der Abstand vom Teilchen zu  $P$  ist. Zusammen mit dem Proportionalitätsfaktor  $\frac{\mu_0}{4\pi}$  ergibt sich folgende Formel:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \vec{e}_r}{r^2} \quad (10)$$

Wir betrachten nun einen stromdurchflossenen Leiter, in welchem sich Teilchen mit der Ladung  $q$  durchschnittlich mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegen. Das Zeitintervall  $\Delta t$ , das die Teilchen brauchen um eine Wegstrecke  $d\vec{s}$  in Richtung von  $\vec{v}$  zurückzulegen, ergibt sich also zu  $\Delta t = \frac{v}{ds}$ . Einsetzen in die Definition der Stromstärke  $I$  liefert  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = q \frac{v}{ds}$ . Diese Beziehung erlaubt es uns nun in Gleichung 10 die Ersetzung  $q\vec{v} = I d\vec{s}$  vorzunehmen. Mit  $\vec{e}_r = \frac{\vec{r}}{r}$  ergibt sich so das Biot-Savart'sche Gesetz

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{s} \times \vec{r}}{r^3}. \quad (11)$$

### 2.2.2 Magnetfeld einer Leiterschleife

Wir wollen nun eine Formel für die magnetische Flussdichte  $B$  herleiten, die durch den Stromfluss durch eine kreisförmige Leiterschleife mit Radius  $R$  hervorgerufen wird. Zur Vereinfachung der Rechnung betrachten wir nur Punkte auf einer Geraden  $g$  durch den Mittelpunkt der Schleife senkrecht zur Ebene, in der die Schleife liegt.

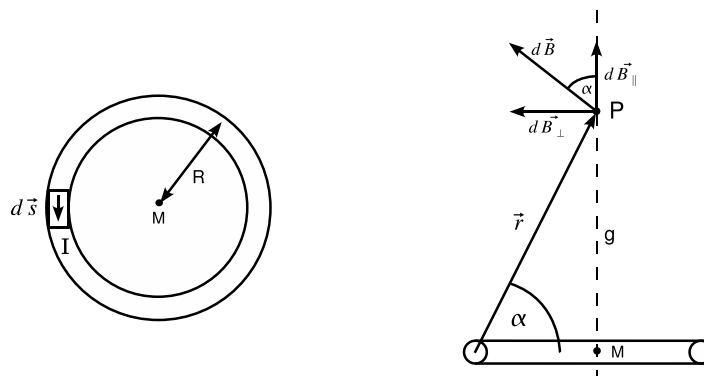


Abbildung 3: Leiterschleife

In Abbildung 3 ist auf der linken Seite eine Draufsicht und auf der rechten Seite ein Schnitt<sup>2</sup> durch die Leiterschleife dargestellt.

Das Magnetfeld  $d\vec{B}$ , welches durch den Stromfluss durch das Längenelement  $d\vec{s}$  erzeugt wird, steht senkrecht zu  $d\vec{s}$  und  $\vec{r}$ . Wir zerlegen es in die dargestellten Komponenten  $d\vec{B}_\perp$  senkrecht zu  $g$  und  $d\vec{B}_\parallel$  parallel zu  $g$ . Für alle Punkte auf der Geraden  $g$  ist die Summe aller senkrechten Anteile von  $\vec{B}$  null, da die Anordnung rotationssymmetrisch um  $g$  ist. Ist  $\alpha$  der Winkel zwischen der Schleifenebene und  $\vec{r}$ , dann gilt  $dB_\parallel = dB \cos \alpha$  (siehe Abbildung 3). Weiterhin gilt  $\cos \alpha = \frac{R}{r}$ . Bezeichnen wir den Abstand von  $M$  zu  $P$  mit  $z$ , so lässt sich schreiben  $r = \sqrt{R^2 + z^2}$ . Ferner ist  $|d\vec{s} \times \vec{r}| = ds r$ , da  $\vec{r}$  und  $d\vec{s}$  senkrecht zueinander stehen. Setzen wir alles in das Biot-Savart'sche Gesetz 11 ein, erhalten wir für den Betrag von  $d\vec{B}$

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{IR ds}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (12)$$

Für die Integration über die gesamte Schleife gilt  $\int ds = 2\pi R$ . Insgesamt erhalten wir nun für die magnetische Flussdichte für den Punkt  $P$  im Abstand  $z$  vom Mittelpunkt

$$B = \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (13)$$

<sup>2</sup>Es wurde durch den Punkt  $M$  und senkrecht zur Schleifenebene geschnitten.

### 2.2.3 Magnetfeld einer Spule

Wie in Abbildung 1 dargestellt, haben wir eine Spule zur Erzeugung des Magnetfeldes verwendet. Deren Feld ergibt sich aus der Superposition der Felder der einzelnen Windungen, aus denen sie besteht. Die Gestalt des Feldes ist in Abbildung 4 dargestellt.

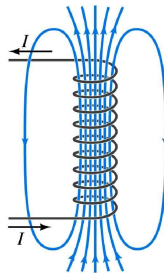


Abbildung 4: Skizze des Magnetfeldes einer Spule [8]

Um das Feld quantitativ zu beschreiben, betrachten wir eine Spule mit  $N$  Windungen, welche auf eine Spulenlänge von  $L$  verteilt sind. Auf einem infinitesimalen Längenabschnitt  $dL'$  finden sich daher  $\frac{N}{L}dL'$  Leiterschleifen. Deren Feld ist für Punkte auf einer Achse senkrecht zur Schleifenebene durch den Mittelpunkt mit Gleichung 13 gegeben. Das Magnetfeld der Spule im Abstand  $z$  vom einen Ende der Spule ergibt sich dann durch Aufintegrieren über alle  $dL'$ .

$$B = \int_0^L \frac{\mu_0}{2} \frac{IR^2}{(R^2 + (L' - z)^2)^{\frac{3}{2}}} \frac{N}{L} dL' = \frac{\mu_0 IN}{2L} \left( \frac{L - z}{\sqrt{R^2 + (L - z)^2}} + \frac{z}{\sqrt{R^2 + z^2}} \right) \quad (14)$$

Bei einer sehr langen Spule (d.h.  $L \gg R$ ) ergibt sich für die magnetische Flussdichte  $B_m$  im Mittelpunkt der Spule ( $z = \frac{L}{2}$ ) näherungsweise

$$B_m = \frac{\mu_0 IN}{L}. \quad (15)$$

Für die Enden der Spule ( $z = 0, L$ ) erhält man näherungsweise

$$B_e = \frac{\mu_0 IN}{2L}. \quad (16)$$

### 2.3 Hall-Effekt

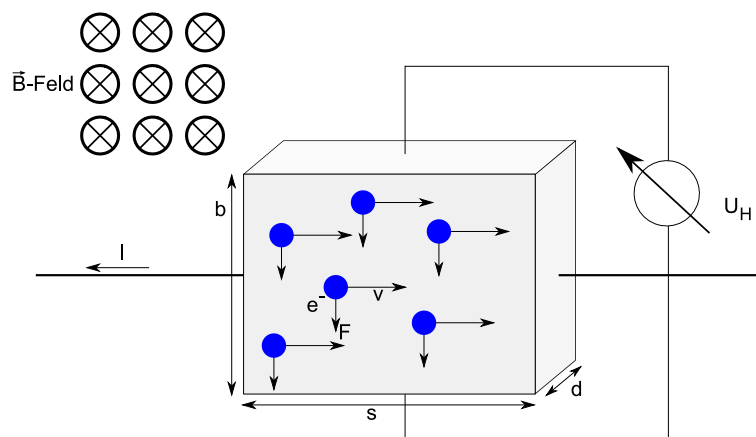


Abbildung 5: Aufbau einer Hallsonde

Zur Messung des Abstandes des Magneten von der Spule verwenden wir eine Hallsonde. Diese ist wie in Abbildung 5 gezeigt aufgebaut. Der Hauptteil besteht aus einem dünnen rechteckigen Leiter. In ihm erfahren Ladungsträger der Ladung  $q$  durch ein äußeres Magnetfeld eine Lorentzkraft

$$|\vec{F}_L| = |q \vec{v} \times \vec{B}| = q |\vec{v}| |\vec{B}| \cdot \cos(\phi) \stackrel{\vec{v} \perp \vec{B}}{=} qvB$$

Je stärker das Magnetfeld  $B$  ist, desto stärker werden die Ladungsträger abgelenkt und es entsteht eine Spannung - die Hallspannung  $U_H$ . Dieser Ladungstrennung wirkt ein, durch eben diese entstehendes, elektrisches Feld entgegen und somit ist die elektrostatische Kraft gleich der Lorentzkraft:

$$\begin{aligned} F_L &= F_E \\ \Leftrightarrow q v B &= E q \end{aligned}$$

Nun wird entsprechend des Aufbaus die Hallspannung zwischen oberer und unterer Seite des Leiters messbar. Es gilt für das elektrische Feld also  $E = \frac{U_H}{b}$ . Im Leiter liege die Ladungsträgerdichte  $n$  vor. Es ergibt sich für die Stromdichte  $j$  im Leiter  $j = qnv$  und weiterhin für den Strom  $I$  im Leiter mit der Querschnittsfläche  $A = b \cdot d$ :

$$\begin{aligned} I &= j \cdot A \\ &= qnv \cdot bd \\ \Leftrightarrow v &= \frac{I}{qnb} \end{aligned}$$

Dies lässt sich in die obere Gleichung einsetzen und es ergibt sich mit Einführung des Hall-Koeffizienten  $R_H$ :

$$\begin{aligned} vB &= E \\ \Rightarrow \frac{IB}{qnb} &= \frac{U_H}{b} \\ \Leftrightarrow U_H &= \frac{IB}{qnd} \quad \text{mit } q = e, \text{ ergibt sich} \\ U_H &= \frac{IB}{end} \quad \text{mit } R_H = \frac{1}{en} \text{ ergibt sich} \\ U_H &= R_H \frac{IB}{d} \end{aligned}$$

Beim Bau einer Hallsonde werden Halbleiter verwendet, die eine deutlich reduzierte Ladungsträgerdichte haben und somit eine höhere Hallspannung erzeugen. Die Funktionsweise einer Hallsonde hängt entscheidend vom Stromfluss durch sie ab. Da sie aber als Halbleiterelement einen temperaturabhängigen Widerstand hat, ist sie ohne eine Kompensation stark temperaturabhängig. Die Kompensation erfolgt gewöhnlich mittels einer Konstantstromquelle, die direkt mit der Hallsonde verbaut wird. Auch ist in vielen Fällen eine Verstärkereinheit nachgeschaltet.

## 2.4 Feldeffekttransistoren

Der Name MOSFET stammt aus dem Englischen und lautet ausgeschrieben *Metal Oxide Semiconductor Field Effect Transistor*. Ins Deutsche übersetzt bedeutet dies *Metall-Oxid-Halbleiter-Feldeffekttransistor*. Der grundsätzliche Aufbau ist in Abbildung 6 dargestellt. Als Grundlage für einen (n-Kanal-) MOSFET dient ein leicht p-dotierter Siliziumkristall. Dieser wird als Bulk bezeichnet. In diesen Kristall werden nun zwei überaus stark n-dotierte, aber weiterhin durch den Bulk getrennte, Gebiete eingelassen: Source und Drain. Es entsteht also ähnlich zum Transistor eine npn-Struktur, welche im Grundzustand keinen Stromfluss zulässt.

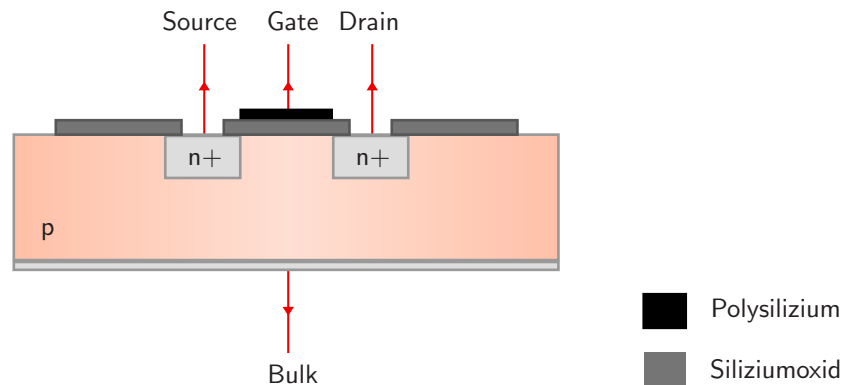


Abbildung 6: Schematischer Aufbau eines n-Kanal MOSFETs im Querschnitt

Auf diese Hemmschwelle wird eine Isolierschicht aufgebracht, welche wiederum von einer Leiterschicht aus dotiertem Polysilizium, dem Gate-Anschluss, überlagert wird.

Bulk, Isolierschicht und Gate bilden einen Kondensator, welcher geladen wird, sobald zwischen Bulk und Gate eine Spannung angelegt wird. Somit bewegen sich die Elektronen im Bulk (Minoritätsträger) an die Grenzschicht und rekombinieren dort mit den Majoritätsträgern. Diese Verdrängung der Majoritätsträger wird als Verarmung bezeichnet. Beim Erreichen einer Schwellspannung  $U_{th}$  (threshold) werden ausreichend Majoritätsträger verdrängt, damit diese nicht für weitere Rekombinationen zur Verfügung stehen. Dadurch sammeln sich nun Minoritätsladungsträger an, wodurch das p-dotierte Bulk an der Isolierschicht n-leitend wird. Es ist somit ein dünner leitender Kanal zwischen Source und Drain entstanden, wodurch nun, entsprechend der Abbildung 6, ein Strom waagrecht durch den Chip fließen kann.

Dabei ist der Arbeitsbereich von Power MOSFETs beschränkt auf  $10^3$  V bei etwa  $10^2$  A. Die andere Leistungsgrenze liegt symmetrisch bei  $10^2$  V und  $10^3$  A. Es gibt darüber hinaus noch deutlich leistungsfähigere Bauteile, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll.

Allerdings sind MOSFETs schwieriger herzustellen als bipolare Transistoren und somit auch teurer. Bei dem Projekt wurden dennoch MOSFETs verwendet, da diese sich in niedrigen Frequenzbereichen praktisch leistungslos schalten lassen, d.h. es wird nur eine Steuerspannung benötigt, um einen praktisch ungehinderten Stromfluss zu ermöglichen. Herkömmliche bipolare Transistoren werden per Stromfluss angesteuert, was zu einer deutlichen Erwärmung des Bauteils führt. Es kann bei dem verwendeten MOSFET also mehr Strom bei gleicher Temperatur getrieben werden.

Ein weiterer Vorteil der MOSFET-Architektur wird kenntlich, wenn mehrere Bauteile parallel geschaltet werden, um den maximalen Stromfluss zu erhöhen. Denn wird eines dieser Bauteile nun zu heiß, so steigt sein Widerstand und er leitet weniger Strom, wodurch er wiederum abkühlt. Durch diese Eigenschaft kann eine aufwändige Kühlung umgangen werden.

## 2.5 Regelungstechnik

Auf Grund der Komplexität können wir an dieser Stelle keine umfassende Einführung in die Regelungstechnik geben, wollen aber die wichtigsten Begriffe klären und kurz auf die Berechenbarkeit von Regelgliedern eingehen.

### 2.5.1 Grundbegriffe

**Steuerung** Bei einer Steuerung verläuft die Signalübertragung nur in einer Richtung, vom Bediener zur Anlage. Der eingestellte Wert, der Sollwert, wird eventuell verstärkt oder in andere Größen gewandelt, geht aber dann direkt auf die Anlage. Es gibt keine selbstständige Überwachung oder Nachregelung auf Grund von auftretenden Störungen. Daher sind Steuerungen naturgemäß stabil - es gibt kein schwingfähiges, geschlossenes System.

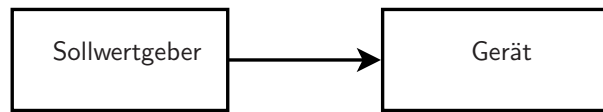


Abbildung 7: Schema einer Steuerung

**Regelung** Im Gegensatz dazu steht die Regelung, deren besonderes Merkmal ein geschlossener Wirkungskreis ist. Wir betrachten also einen Vorgang, bei dem eine physikalische Größe, der *Istwert*, ständig erfasst und mit dem *Sollwert* verglichen wird. Tritt nun eine Störung auf, wird automatisch versucht diese zu korrigieren.

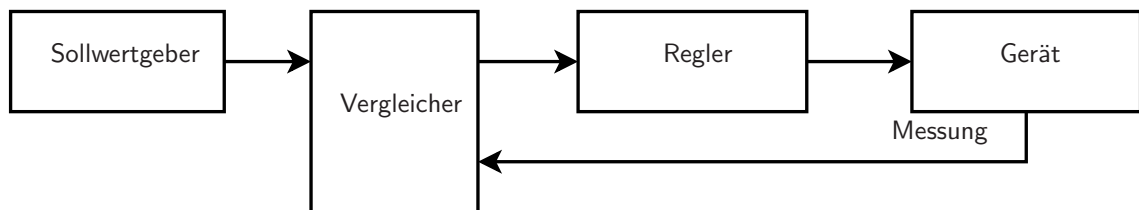


Abbildung 8: Schema einer Regelung

Durch diesen geschlossenen Kreis ist eine Abstimmung der einzelnen *Regelkreisglieder* untereinander nötig, damit kein schwingfähiges System entsteht, die Regelung stabil bleibt. Im Regelkreis unterscheiden wir noch die *Regelstrecke*, die dem eigentlich arbeitenden Teil der Anlage entspricht. Sie ist vom Hauptenergiefluss durchsetzt und hier treten gewöhnlich die Störgrößen auf. Sie ist gewöhnlich fest vorgegeben.

Der zweite Teil ist die *Regeleinrichtung*, diese umfasst die Elemente zum Erfassen der Regeldifferenz, den eigentlichen Regler und sie führt die Anpassung der Stellgröße aus. Ihre Aufgabe ist die Beseitigung oder zumindest Minderung der Differenz von *Führungs-* und *Regelgröße*. Erstere bezeichnet in diesem Zusammenhang das von außen eingestellte Prozessziel der Anlage.

Zur anschaulichen Darstellung werden meist *Blockschaltpläne* verwendet, in dem die Regelung in diskrete, leicht beschreibbare Elemente zerlegt wird.

### 2.5.2 Berechnung einfacher Regelkreisglieder

**Proportionalverstärker** Ist  $x_1$  die Eingangs- und  $x_2$  die Ausgangsgröße, so gilt für dieses Regelverhalten

$$K_p = \frac{x_2}{x_1}$$

mit einem festen  $K_p$ . Schaltet man mehrere proportionale Verstärker in Reihe, so multiplizieren sich ihre Verstärkungen. Trennt man in einem kompletten Regelkreis die Rückführung auf und vergleicht den Eingang mit der Größe, die sonst zurückgeführt würde, so kann man eine Gesamtverstärkung definieren. Diese ist ebenso gleich dem Produkt der Einzelverstärkungen und wird *Übertragungsbeiwert*  $K_0$  genannt. Kommen nun Störungen dazu, so können diese entweder in der Regelstrecke oder dahinter auftreten. Wir betrachten hier nur additive Störungen. Damit kann eine Störung  $z$  in der Mitte bei bekannter Verstärkung ab hier durch eine fiktive  $z'$  am Ende ersetzt werden:

$$z' = K_s \cdot z$$

Damit erhalten wir insgesamt bei einer Führungsgröße  $w$  einen Ausgang:

$$x = \frac{K_0}{1 + K_0} \cdot w + \frac{1}{1 + K_0} \cdot z' \quad (17)$$

Die Störung wird also umso effektiver unterdrückt, je größer die Verstärkung ist. Auch konvergiert der Ausgang mit zunehmender Verstärkung gegen die Führungsgröße. Einen *perfekten* Regler hätten wir also nur bei  $K_0 = \infty$ .

Ein Beispiel für einen Proportionalverstärker ist ein Tachogenerator oder ein idealer Operationsverstärker.

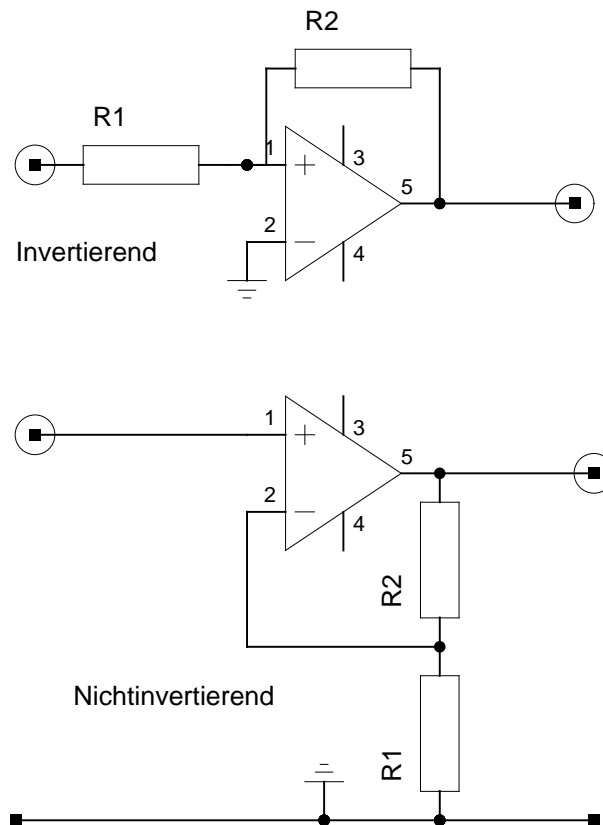


Abbildung 9: Einfache Verstärkerschaltungen

Bei letzterem gilt die bekannte Verstärkung

$$K_{\rho_{\text{invertierend}}} = -\frac{R_2}{R_1} \text{ bzw.}$$

$$K_{\rho_{\text{nichtinvertierend}}} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

für das Schaltbild 9. Hier muss man nur beachten, dass ein Operationsverstärker nicht höher als seine Betriebsspannung verstärken kann.

**PID-Regler** Wie in Gl. 17 zu sehen ist, kann alleine mit einem P-Regler die Führungsgröße nicht erreicht werden. Auch dauert es, je nach Verstärkung, recht lange, bis nach einer Störung der Sollwert wieder erreicht ist. Und es gibt ein in vielen Fällen schädliches Überschwingen.

Daher führt man das Differenzier- und das Integrierglied ein. Wir werden beide nicht direkt verwenden<sup>3</sup>. Das *Integrierglied* antwortet auf einen Sprung von 0 auf  $a$  mit einem linearen Anstieg, der von der Höhe des Sprunges abhängt und bis in die Sättigung läuft. Ein Beispiel wäre ein Wassertank, wobei der Eingang ein binäres Ventil und die Messgröße die Füllstandshöhe ist. Durch ein Integrierglied kann, wenn auch sehr langsam, die Regeldifferenz auf 0 gebracht werden. Ein *Differenzierglied* antwortet auf einen Sprung mit

<sup>3</sup>Der später gezeigte Lead-lag-Kompensator kann zusammen mit den OPAMPs auch als PID-Regler oder pT-Glied aufgefasst werden

einem sehr kurzen und starken Peak. Ein D-Regler sorgt also für eine schnelle Reaktion, kann aber nicht zum Ausregeln verwendet werden. In der Praxis werden meist Kombinationen von allen 3 beschriebenen Gliedern verwendet. Dann sorgt der D-Anteil für eine schnelle Reaktion, der P-Regler leistet die *grobe* Arbeit und der I-Anteil schließlich für eine möglichst komplette Ausregelung. Ein typischer PID Regler mit Vergleich der Sprungantwort für zusammengesetzte Regler ist in Abb. 10 zu finden.

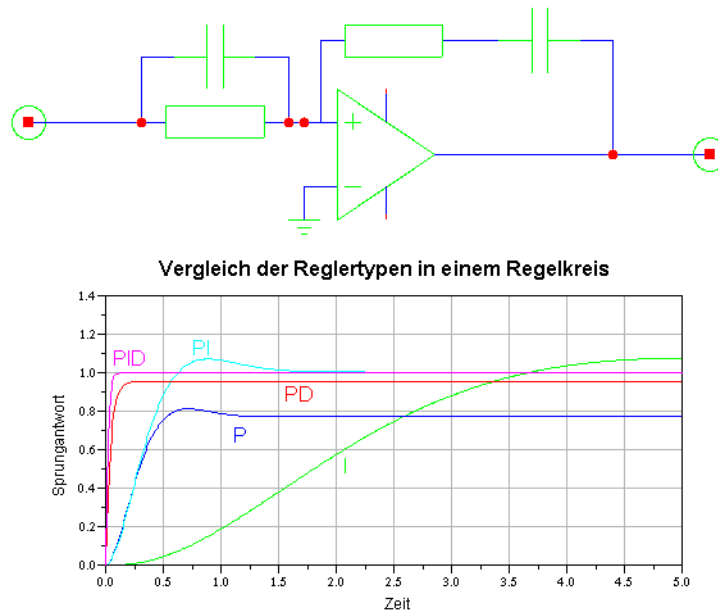


Abbildung 10: PID-Regler und Vergleich der Sprungantwort verschiedener Reglersysteme; Quelle des Diagramms: [13]

**Reglerverhalten im Frequenzraum** Die meisten komplexeren Regelstrecken werden kein rein proportionales Verhalten aufweisen. Sie führen zusätzliche Phasenverschiebungen ein und reagieren bei verschiedenen Anregungsfrequenzen unterschiedlich. Solche Systeme lassen sich in erster Näherung (zumindest abschnittsweise) durch lineare Differentialgleichungen beschreiben. Da diese unter der Laplacetransformation zu Polynomen werden, betrachtet man sie meist im  $p$ -Raum. Hier spielt die Übertragungsfunktion  $F$  als Quotient aus laplacetransformierter Ausgangs- und Eingangsgröße eine wichtige Rolle:

$$F(p) = \frac{x_a(p)}{x_e(p)} = \frac{b_0 + b_1 p + \dots + b_m p^m}{a_0 + a_1 p + \dots + a_n p^n} \quad (18)$$

In technisch realisierbaren Systemen ist  $m \leq n$ .

Betrachten wir Gl. 18, so fällt auf, dass die rücktransformierte Funktion genau dann stabil ist, also die Amplitude nicht mit der Zeit wächst, wenn alle Pole in der linken Halbebene liegen. Die Pole ergeben sich als Nullstellen des Nennerpolynoms:

$$0 = x_e(p_k) = a_0 + a_1 p_k + \dots + a_n p_k^n$$

Ist  $\operatorname{Re}(p_k) < 0$ , so liegt im Zeit-Raum eine gedämpfte Schwingung vor.

### 2.5.3 Bode-Diagramme

Es ist im Grunde nicht<sup>4</sup> möglich für reale nicht-lineare Systeme die Übertragungsfunktion zu berechnen. Daher benötigt man eine Möglichkeit die Stabilität einer Regelung empirisch festzustellen und zu verbessern. Dies kann natürlich durch Beobachten und *Probieren* geschehen. Eine analytischere Methode bietet

<sup>4</sup>oder nur mit großem Aufwand

das Bode-Diagramm. Hierbei versuchen wir aus dem Verhalten des offenen Regelkreises auf das des geschlossenen zu schließen. Das Nyquist-Stabilitätskriterium<sup>5</sup> liefert die mathematischen Grundlagen dafür.

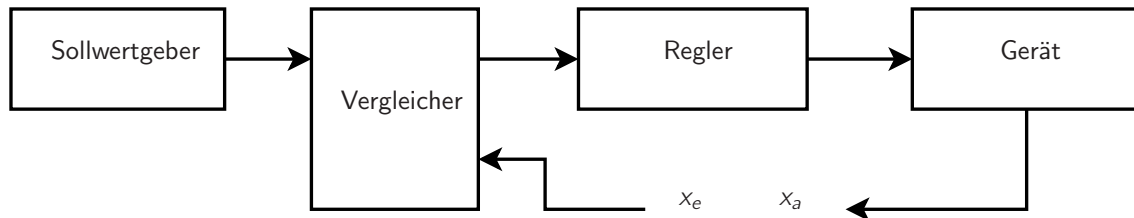


Abbildung 11: Schema eines offenen Regelkreises

Wir geben für diese Messung eine sinusförmige Wechselspannung auf den Eingang  $x_e$  und betrachten den Ausgang  $x_a$ . Das Diagramm besteht aus 2 Teilen, einer betrachtet den Frequenzgangbetrag  $|F_o(i\omega)|$ <sup>6</sup>, der andere den Phasenwinkel  $\varphi$  jeweils aufgetragen gegen die logarithmische Frequenz der Wechselspannung. Der Frequenzgangbetrag wird ebenfalls logarithmisch, aber in  $dB$  aufgetragen, was noch eine Stauchung mit sich bringt:

$$\frac{x}{dB} := x_{dB} := 20 \cdot \lg(x).$$

Diese Auftragung hat den Vorteil, dass die Hintereinanderschaltung von Reglern, also das Multiplizieren, einem Addieren im Diagramm entspricht:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= \varphi_1 + \varphi_2 \\ \frac{|F_0|}{dB} &= \frac{|F_1|}{dB} + \frac{|F_2|}{dB} = 20 \cdot (\lg |F_1| + \lg |F_2|) \end{aligned}$$

Hierbei könnte zum Beispiel 1 der Regler und 2 die Strecke sein, die im aufgeschnittenen Kreis eine Kette bilden.

Nehmen wir nun an, dass die Übertragungsfunktion des offenen Kreises nur Pole im linken Halbraum hat und maximal einen Doppelpol im Ursprung, so vereinfacht sich das Nyquist-Kriterium zu

**Lemma 2.1** *Ein geschlossener Regelkreis ist genau dann stabil, wenn der Frequenzgangbetrag des offenen Regelkreises bei der Durchtrittsfrequenz  $\omega_D = \omega(|F_0| = 0)$  den Phasenwinkel  $\varphi_0(\omega_D) > -180^\circ$  aufweist.*

$$\varphi_0 > -180^\circ \text{ bei } |F_0(i\omega)| = 0 \text{ dB}$$

Die Durchtrittsfrequenz  $\omega_D$  ist ein Maß für die Reaktionsfähigkeit einer Regelung auf Störungen und sollte möglichst groß sein. Ein Beispieldiagramm ist in Abb. 12 gezeichnet. Hier sind zusätzlich der *Phasenrand* (auch Phasenreserve), als Winkel zwischen  $\varphi_0$  und der  $180^\circ$ -Linie, sowie der *Amplitudenrand*, als Abstand zwischen der 0-Verstärkung und  $|F_0(\omega_z = -180^\circ)|$ , eingezeichnet.

#### 2.5.4 Lead-lag Kompensation

Hat man eine Instabilität mit Hilfe des Bode-Diagramms festgestellt, stellt sich die Frage, wie man sie korrigieren kann. In den meisten Fällen reicht es die Verstärkung zu vergrößern (oder zu verkleinern) um die Durchtrittsfrequenz nach hinten zu schieben. Hier bieten sich einfache P-Regler an. Der Nachteil ist, dass diese den gesamten Frequenzbereich gleichmäßig betreffen. Soll es nur punktuelle Änderungen geben, da die Regelung in den anderen Bereichen bereits richtig eingestellt ist, bietet sich eine *Lead-lag Kompensation* an. Es handelt sich hierbei im Grunde um einen Bandpass aus Widerständen und Kondensatoren. Ein Schema ist in Abb. 13 aufgetragen. Da wir später nur die Durchtrittsfrequenz zu hohen Frequenzen verschieben

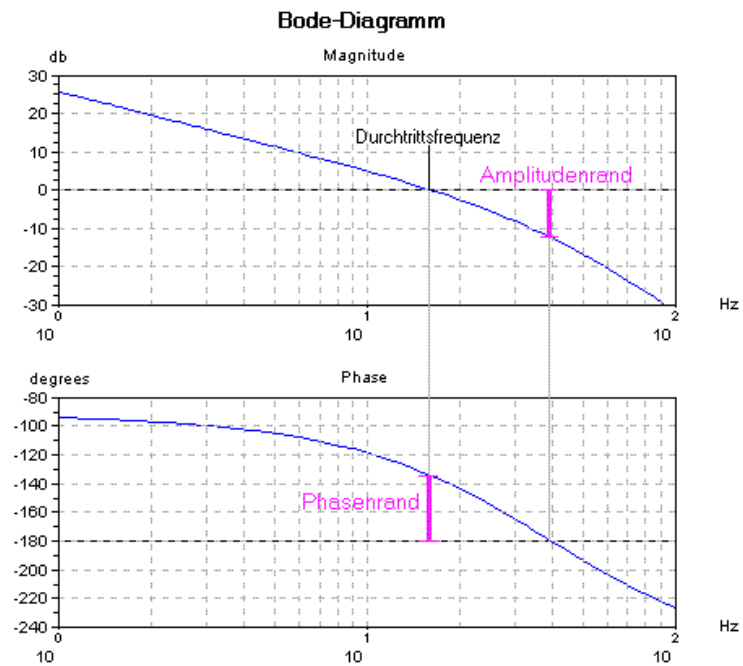


Abbildung 12: Ein Beispiel eines Bode-Diagramms; Quelle: [15]

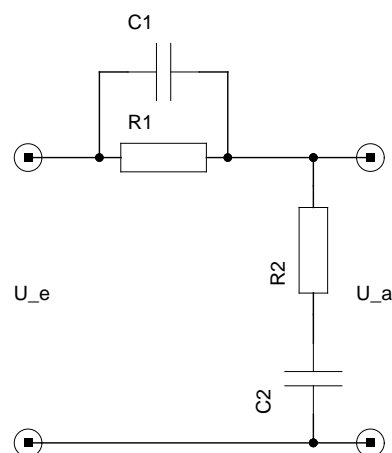


Abbildung 13: Schema eines Lead-lag Kompensators

wollen, gehen wir hier nur auf die Lead-Kompensation ein. Das heisst, in unserem Fall ist der Kondensator  $C_2$  nicht vorhanden.

Betrachten wir die Übertragungsfunktion:

$$\begin{aligned} F(p) &= \frac{U_a}{U_e} = \frac{R_2}{R_2 + R_1 \parallel C} \\ &= \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot R_c}{R_1 + R_c}} \end{aligned}$$

<sup>5</sup>Für eine Diskussion desgleichen siehe z.B. [14]

<sup>6</sup>wir betrachten  $p$  als rein imaginär  $p = i\omega$

$$\begin{aligned}
&= \frac{R_2}{R_2 + \frac{R_1 \cdot \frac{1}{pC}}{R_1 + \frac{1}{pC}}} \\
&= \dots \\
&= \frac{p + \frac{1}{R_1 C}}{p + \underbrace{\frac{1}{R_1 C}}_{\omega_1} + \underbrace{\frac{1}{R_2 C}}_{\omega_2}} \\
&= \frac{p + \omega_1}{p + \omega_1 + \omega_2} \tag{19}
\end{aligned}$$

Das Bode-Diagramm des Kompensators ist in Abb. 14 beispielhaft für einen Regler mit  $R_1 = 10k\Omega$ ,  $R_2 = 2.24k\Omega$  sowie  $C = 10\mu F$  aufgetragen.

Es ist gut die Unterdrückung von kleinen Frequenzen und die Phasenverschiebung von  $43^\circ$  bei ca.  $8Hz$  zu erkennen.

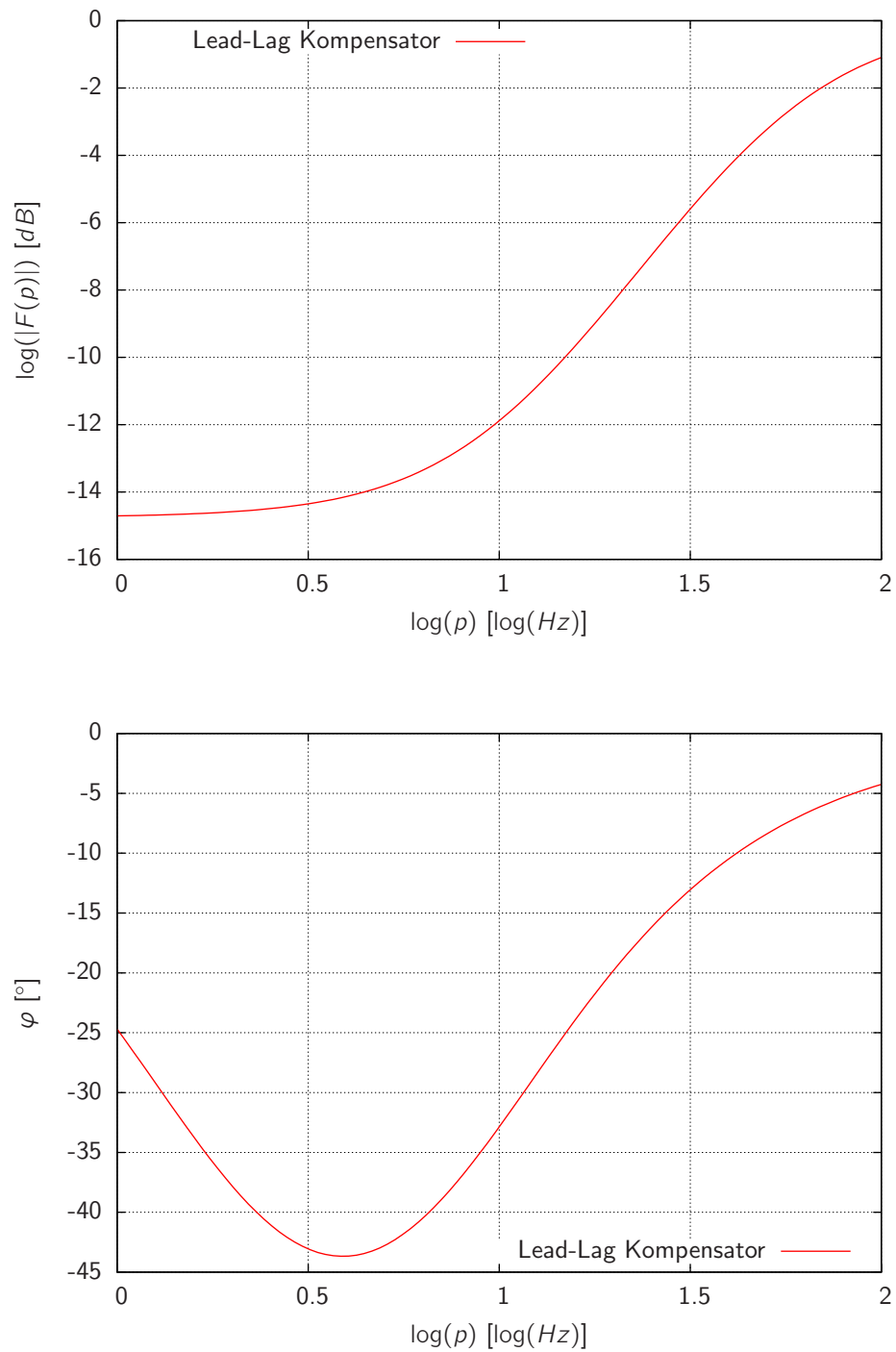


Abbildung 14: Bode-Diagramm eines Lead-lag Kompensators

## 3 Umsetzung

### 3.1 Steuerkreis

Wir haben uns schließlich für den in Abb. 1 gezeigten Aufbau entschieden. Das veränderliche Magnetfeld wird durch einen regelbaren Strom mittels einer H-Brücke und nachgeschalteter Spule erzeugt. Die Spule besitzt ca. 1100 Windungen auf einer Länge von  $6\text{cm}$  und einem Innendurchmesser von  $2\text{cm}$ . Eine H-Brücke hat den Vorteil, dass wir den Strom in beiden Richtungen durch die Spule treiben können und somit sogar eine Feldumkehr möglich ist. Als Brücke verwenden wir den Motortreiber *L6203* von *SGS-Thomson*. Bei diesem sind die, im Schema Abb. 15 als  $S_{1..4}$  betitelten Schalter, als praktisch leistungslos schaltbare *DMOS<sup>7</sup>*-Transistoren ausgeführt. Im normalen Betrieb mit  $0.4\text{A}$  könnten wir ganz auf eine Kühlung des Treibers verzichten.

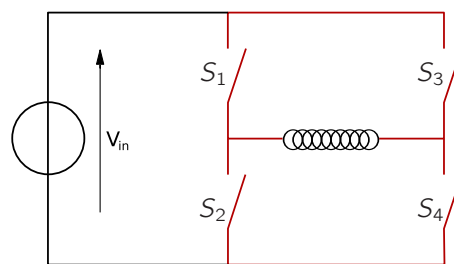


Abbildung 15: Schema einer H-Brücke

Gegenüber einer einfachen Brücke hat der L6203 den Vorteil, dass er einen thermischen Überlastschutz hat und kurzschlussicher ist. Wir betreiben die Schalter der H-Brücke in den beiden Zuständen:

IN1	IN2	s1	s2	s3	s4
1	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0

IN1 und IN2 sind die beiden Digitaleingänge des Treibers. Legen wir nun eine 50 : 50 Pulsweitenmodulation (PWM) hoher Frequenz auf beide Eingänge, sollte das Magnetfeld der Spule 0 sein.

Für einen sehr einfachen Regelkreis fehlt nur noch eine Umsetzung des Ausgangssignals der Hall-Sonde in eine PWM mit entsprechend breiteren und kürzeren Rechtecken. Hierfür betrachten wir aber zunächst die verwendete Hall-Sonde. Es handelt sich um eine *SS495a* von *Honeywell*. Sie enthält bereits eine Verstärker- sowie Integrationseinheit, die über 4 Messungen summiert. Am Ausgang liegt ein durch eine Konstantstromquelle temperaturstabilisiertes Signal mit kleinem Rauschanteil und einem Pegel von  $2.5\text{V}$  bei  $0\text{T}$  sowie entsprechend höherer oder niedriger Spannung bei größeren oder kleineren Magnetfeldern von  $-67\text{mT}$  bis  $67\text{mT}$  bei 0 bis  $5\text{V}$  (Versorgungsspannung). Die Totzeit auf Grund der Integration ist im Datenblatt nicht vermerkt, erwies sich aber zu keiner Zeit als problematisch in den Frequenzbereichen, in denen wir gearbeitet haben ( $20 - 300\text{Hz}$ ).

Die Umsetzung in eine PWM übernimmt ein *MIC502* von *Micrel*. Er ist eigentlich für den Einsatz in PC-Netzteilen zur temperaturabhängigen Lüftersteuerung gedacht. Da er aber bei  $V_{in}/2$  genau ein 50:50-PWM Signal liefert und die Pulsbreiten in einem Bereich von 30% bis 70%  $V_{in}$  anpassen kann, ist er für unsere Zwecke ideal. Außerdem kann die Frequenz der PWM mittels eines Kondensators angepasst werden. Wir verwenden im Regelbetrieb  $10\text{nF}$ , was ca.  $250\text{Hz}$  entspricht. Die Pulsbreite bei verschiedenen Eingangsspannungen ist in Abb. 17 zu sehen. Abb. 16 zeigt die Pulse bei einem Sinus von  $23\text{Hz}$  mit einer Amplitude von  $1\text{V}$  um  $2.5\text{V}$ .

Außerdem sind in Abb. 18 die verschiedenen PWM-Frequenzen zu erkennen. Hierfür wurde ein Sinus von  $25\text{Hz}$  bzw.  $80\text{Hz}$  auf den *MIC502* gegeben und die Ausgangsspannung der Hall-Sonde, die direkt unter der

<sup>7</sup>double-diffused metal-oxide semiconductor field effect transistor oder auch *Leistungs-MOSFET*

Spule montiert wurde gemessen. Es sind deutlich die regelmäßigen Zacken auf Grund der PWM zu erkennen. Im ersten Diagramm haben sie eine Frequenz von ca.  $250\text{Hz}$ , im zweiten mit einem  $1\text{nF}$  Kondensator am MIC ca.  $2500\text{Hz}$ . Im Regelbetrieb können wir mit dem MIC Störungen im hochfrequenten Bereich ab ca.  $80\text{-}100\text{Hz}$  demzufolge nicht mehr ausregeln. Diese werden aber in jedem Fall durch die Trägheit des schwebenden Objekts gefiltert.

Es muss noch beachtet werden, dass wir die H-Brücke wie oben erwähnt im Umschaltbetrieb betreiben wollen. Dazu muss am Eingang 2 ein zu IN1 invertiertes Signal vorliegen. Dies erreichen wir durch ein Viertel eines 7400 NAND-Gliedes. Die Laufzeit von typisch unter  $10\text{ns}$  ist deutlich unter unseren Anforderungen.

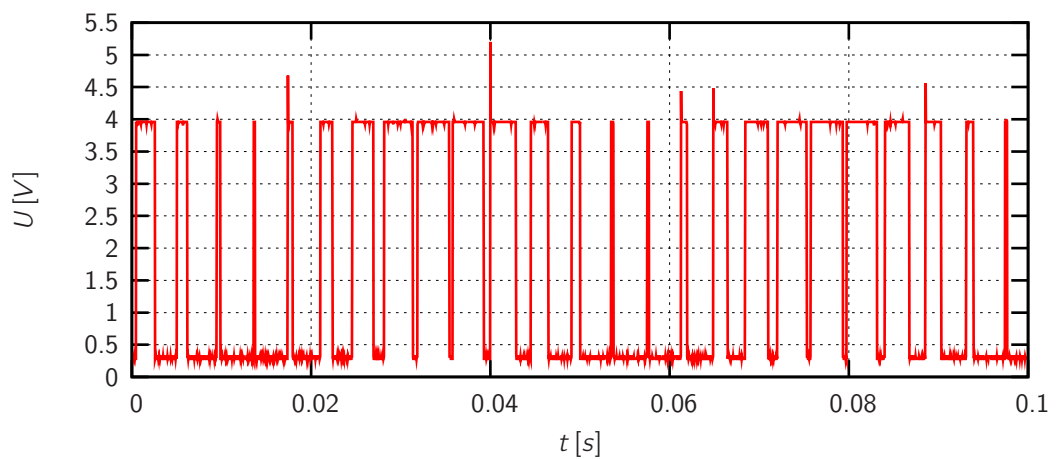


Abbildung 16: PWM bei sinusförmigem Eingang von  $23\text{Hz}$

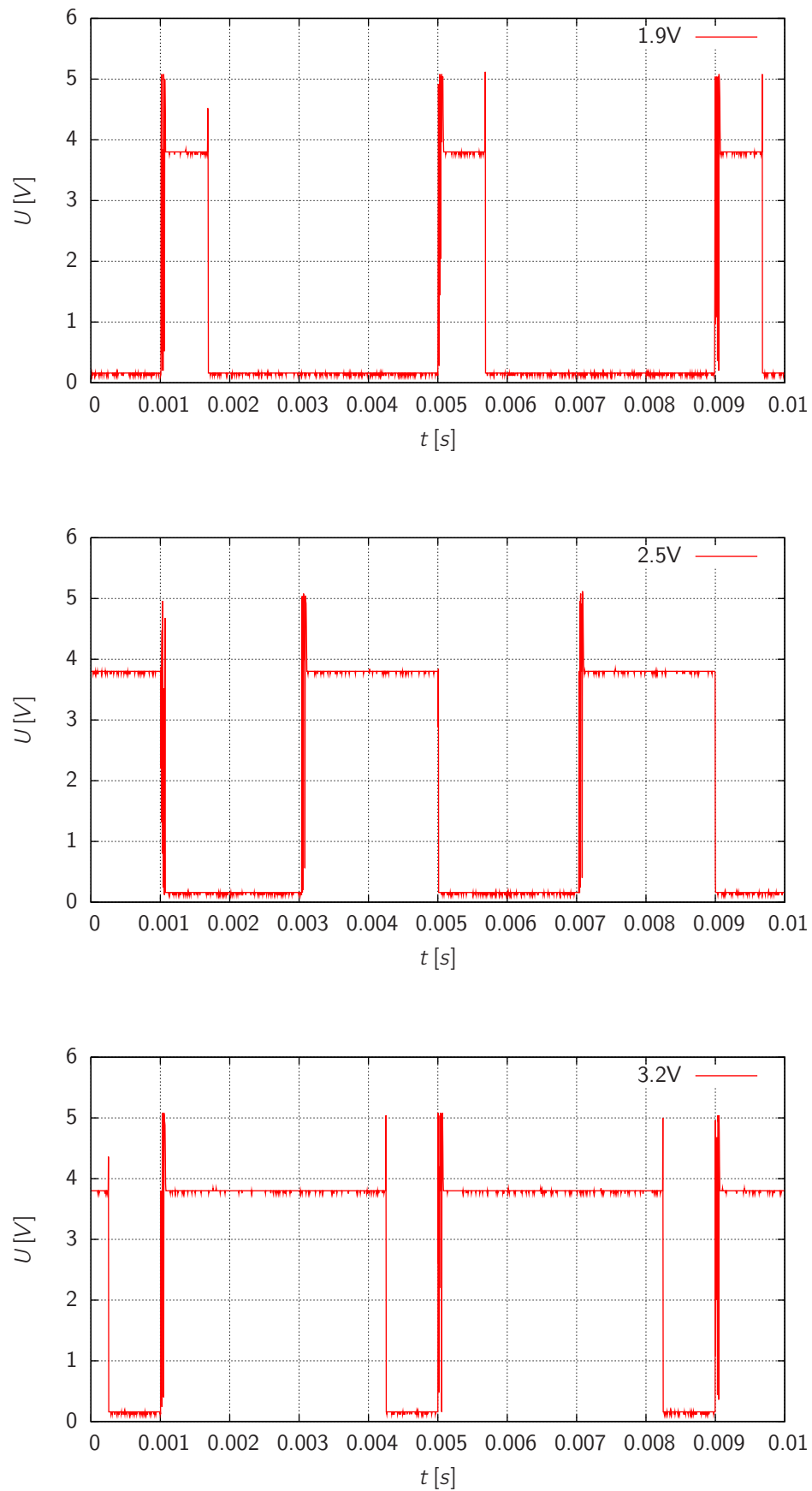


Abbildung 17: PWM bei verschiedenen Eingangsspannungen

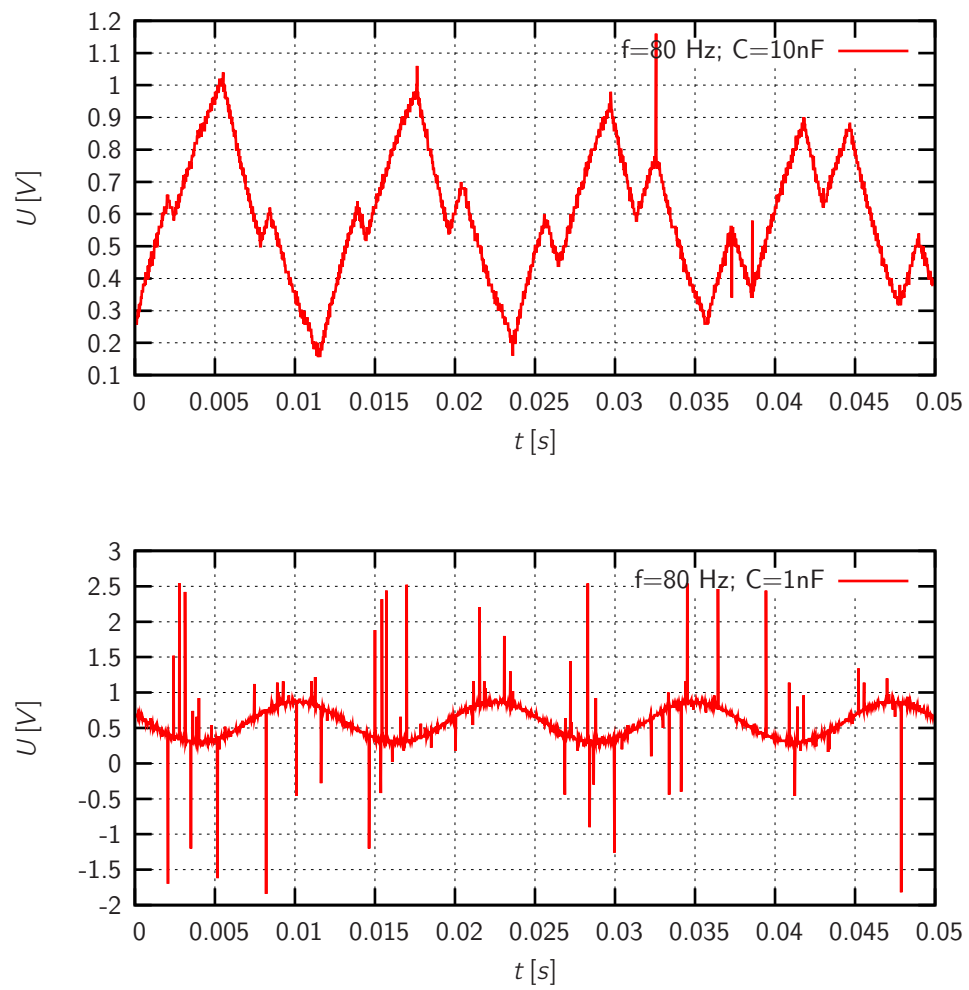


Abbildung 18: Ausgang der Hall-Sonde beim sinusförmigem Eingang am MIC502. Es sind deutlich die Zacken auf Grund der endlichen PWM-Frequenz von 250 Hz bzw. 2500 Hz zu erkennen.

### 3.2 Unkompensiertes Schweben

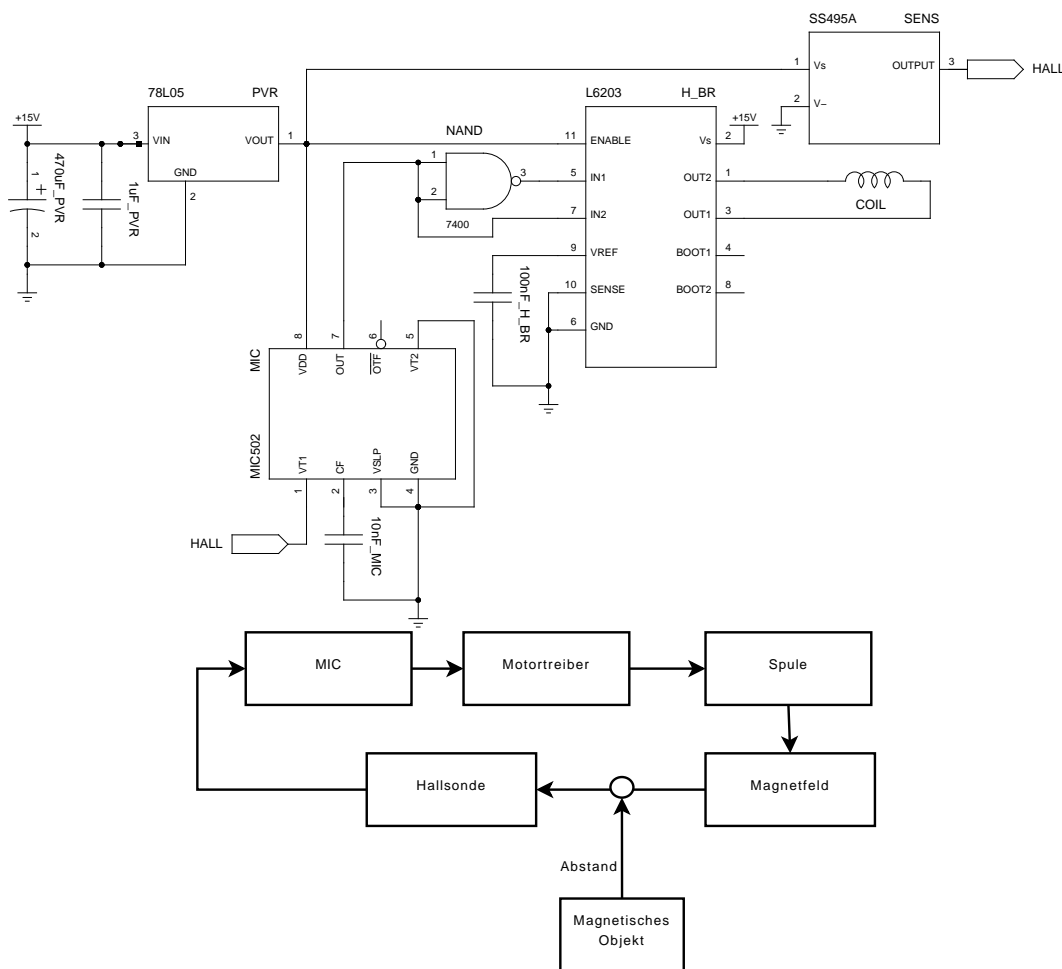


Abbildung 19: Die nullte Näherung an eine Regelung für stabiles Schweben

In Abb. 19 ist ein sehr einfacher Versuch einer Regelung zu sehen. Das zugehörige Blockschaltbild ist ebenfalls in Abb. 19 aufgetragen. Wir haben hierfür einfach den Ausgang der Hall-Sonde direkt auf den Eingang des MIC502 gekoppelt. Dies sollte die Spule immer auf ein effektives Magnetfeld von  $0T$  im Bereich der Hall-Sonde stellen. Bringt man nun ein magnetisches Schwebenobjekt, in unserem Fall eine Schraube mit einem oben montierten Neodym-Magneten, in die Nähe des in Abb. 1 gezeigten Aufbaus, also knapp unter die Spule, so ändert sich das Feld an der Hall-Sonde. Dies bewirkt eine Änderung der Eingangsspannung am MIC502 und damit des Spulenstromes<sup>8</sup>.

Bedenkt man nun die 3 wirkenden Kräfte, also die Gewichtskraft des Objektes, die magnetische Kraft zwischen Spule und Neodym-Magnet sowie die Anziehung des starken Neodym-Magneten an den Eisenkern der Spule, so sollte sich bei korrekter Ausrichtung der Hall-Sonde und des Magneten sowie Polung der Spule, ein Gleichgewicht einstellen - das Objekt schweben.

In der Tat ist bei passendem Strom (ca.  $0.4A$ ) das Schweben zu beobachten. Der Zustand ist jedoch sehr instabil, das Objekt schwingt sich auf, bis es herunterfällt oder sich an den Eisenkern der Spule heftet<sup>9</sup>.

Es sei hier erwähnt, dass wir erst ein sauberes Signal der Pulsweitenmodulation bekamen und ein Schweben beobachten konnten, als wir ein einziges Netzteil für die Versorgung der Spule und des Festspannungsreglers verwendet haben. Mit 2 Netzteilen gab es regelmäßige Spannungsspitzen auf der 15V und auch der

<sup>8</sup>Die Abhängigkeit des Magnetfeldes von der Eingangsspannung des MIC ist in Abb. 35 und 36 aufgetragen

<sup>9</sup>man sollte die Hall-Sonde vor solchen Einschlägen bereits vor der ersten Messung schützen!-2 Lagen Pappe haben sich als praktisch erwiesen.

5V Schiene, die scheinbar den Frequenzgenerator im MIC durcheinander brachten, so dass keine saubere PWM zustande kam. Auch ist der MIC empfindlich gegen Unterspannung ( $< 1.6V$ ). Dies könnte man mit dauerhaften 1.7V an seinem 2. Eingang beheben. Wir entschieden uns dafür die Orientierung der Hall-Sonde so zu wählen, dass ein sich nähernder Magnet die Spannung erhöht.

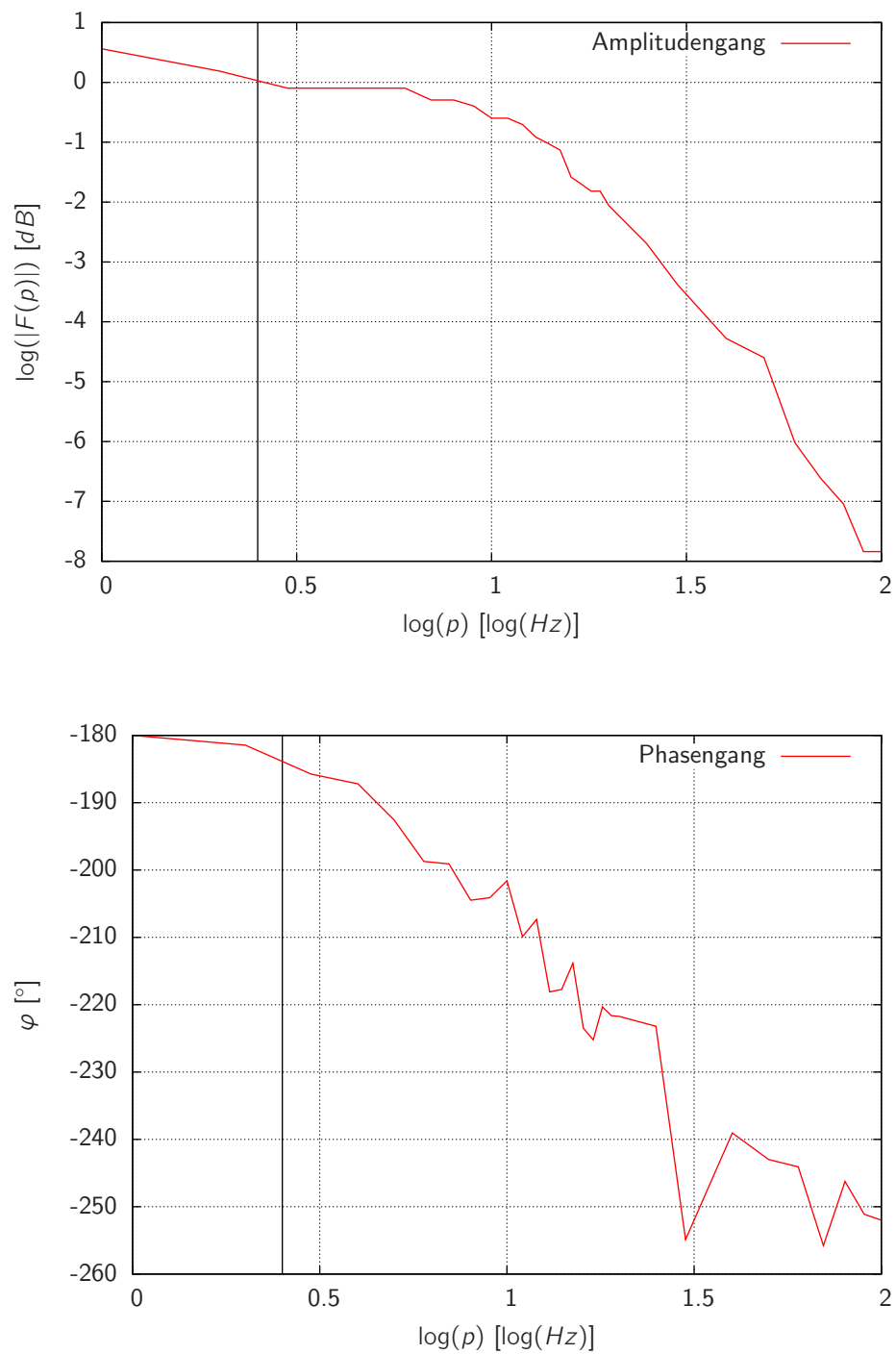


Abbildung 20: Bodeplot für das unkompensierte Schweben mit einem Abstand der Hall-Sonde von 2mm zur Spule

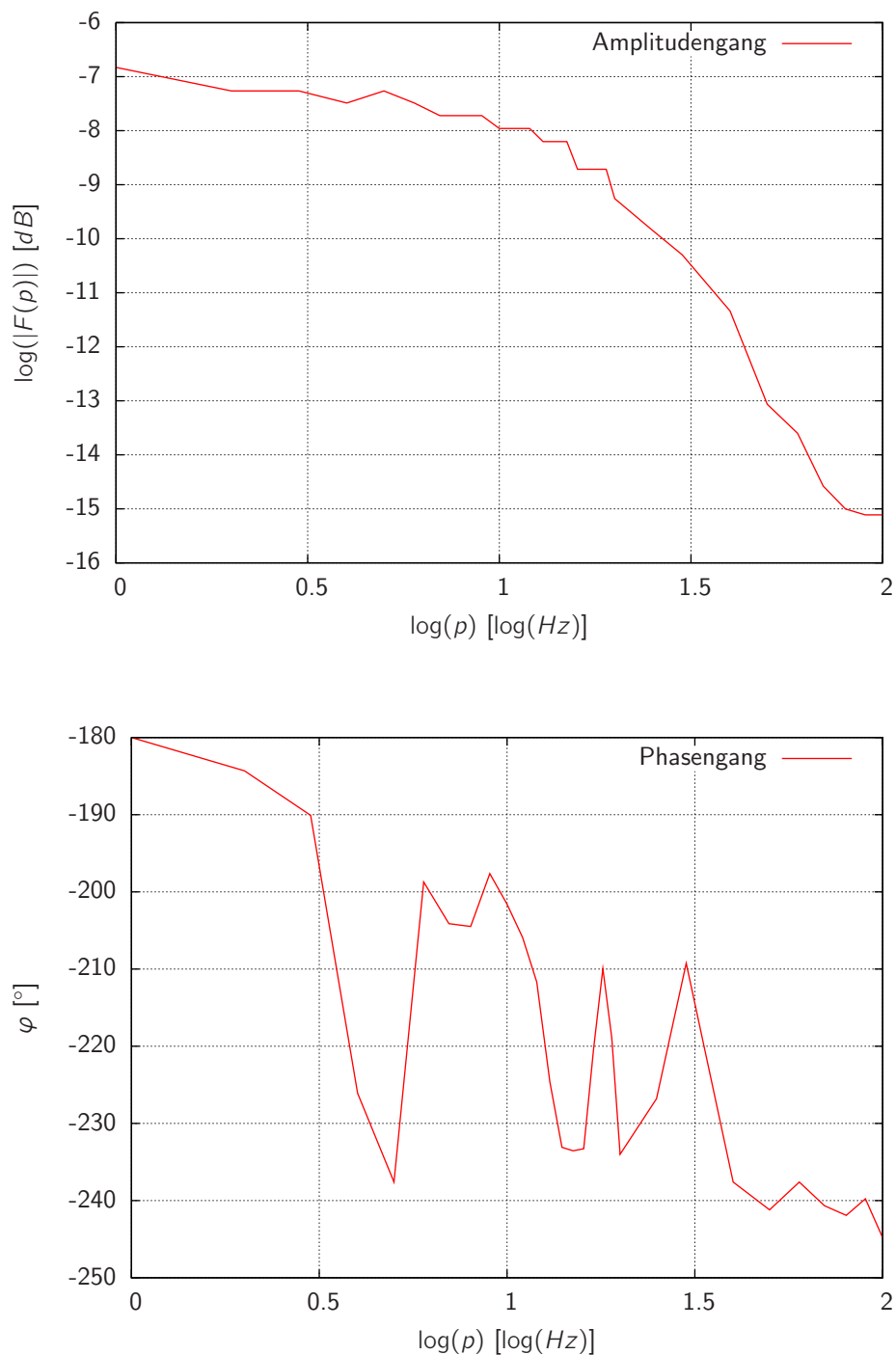


Abbildung 21: Bodeplot für das unkompensierte Schweben mit einem Abstand der Hall-Sonde von 12mm zur Spule

Wie wir im Kap. 2.5.3 gesehen haben, kann die Stabilität des geschlossenen Regelkreises anhand der Reaktion des offenen überprüft werden. Abb. 20 und Abb. 21 zeigen 2 Bodeplots für verschiedene Abstände zwischen Hall-Sonde und Spule. Hierbei wurde die Spannung der Hall-Sonde, also des Eingangs der Regelung, gegen ein sinusförmiges Signal der Amplitude 0.8V und des Offsets 2.5V am Eingang des MIC502 verglichen. Das

Netzteil war so eingestellt, dass der Strom durch die Spule bei ca.  $0.25(5)A$  (offen) lag und die Spannung  $11.20(5)V$  (begrenzt) betrug.

Wir machen bei dieser Betrachtung einen großen Fehler, da wir den Regelkreis nicht nur aufschneiden, sondern eine wesentliche Störgröße, den Abstand des Magneten von der Hall-Sonde außer Betracht lassen. Diese geht aber invers quadratisch ein, wie man an dem großen Unterschied der Verstärkung bei 2 und 12mm sieht. Damit sind die Plots allenfalls für grobe qualitative Aussagen zu gebrauchen<sup>10</sup>.

Trotzdem sehen wir bei 2mm eine Verletzung des Stabilitätskriteriums Lemma 2.1 bei ca.  $3Hz$ . Gleichzeitig war die Ausgangsspannung der Hall-Sonde periodisch mit ca.  $4 - 7Hz$  und die Schraube oszillierte handgestoppt mit der gleichen Frequenz (bis zur Resonanzkatastrophe). Damit ist zumindest die qualitative Aussage berechtigt, zumal sich der Schraubenkopf mit Magneten im Abstand 2-6mm vom Hall-Sensor befand.

---

<sup>10</sup>und jegliche Fehlerbalken in den Plots überflüssig

### 3.3 Kompensiertes Schweben

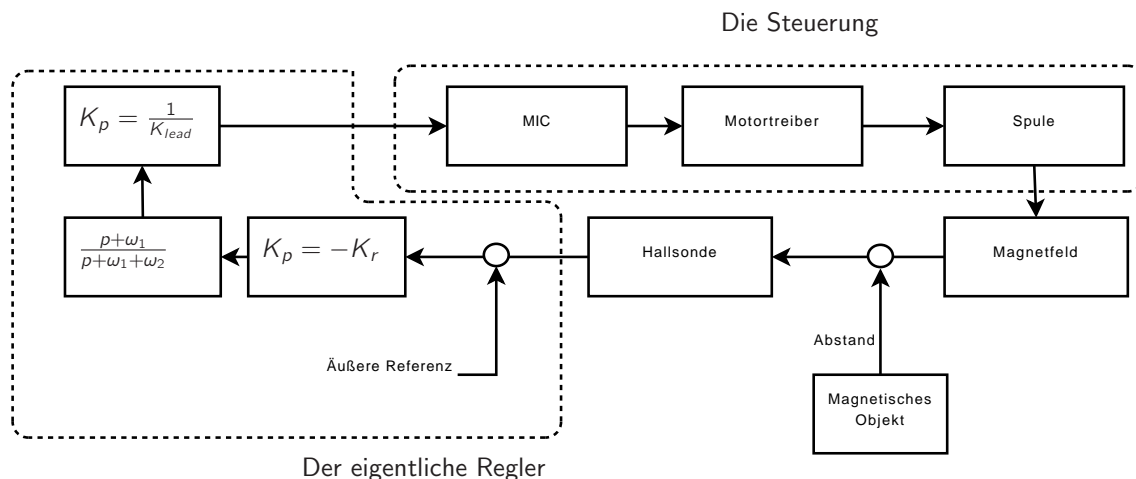
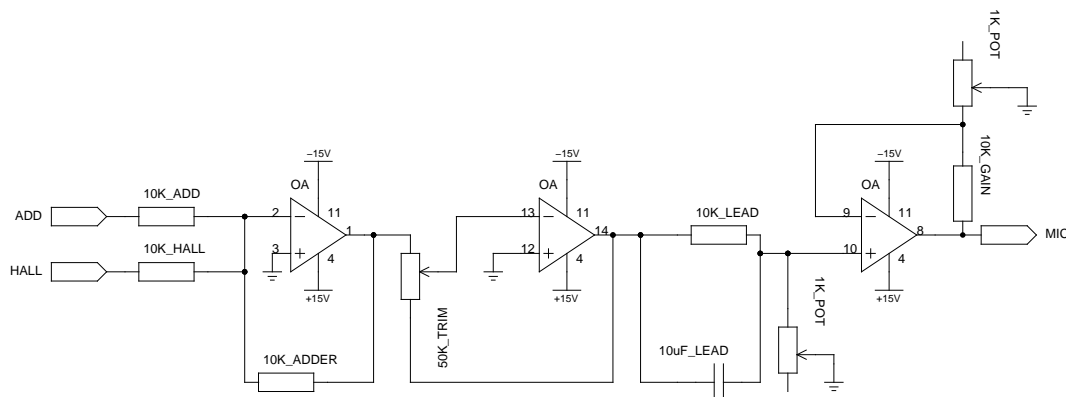


Abbildung 22: Der verwendete Regler

Wir mussten also im wesentlichen die Phase der Hallspannung verschieben. Eine Regelung der Verstärkung, um sich auf verschiedene schwebende Massen einstellen zu können, war ebenfalls gewünscht. Hierbei verwenden wir eine simple Verstärkerschaltung sowie eine Lead-Kompensation, wie sie im Kapitel 2.5 vorgestellt wurden.

Der finale Regler ist in Abb. 22 dargestellt. Er setzt sich zusammen aus

**Einem Addierer** Dieser arbeitet invertierend und stellt eine Möglichkeit dar, eine weitere Referenzspannung zum Signal der Hall-Sonde zu addieren. Dies war als Möglichkeit des Anziehens des Transrapids durch die jeweils weiter vorneliegende Spule gedacht. Der Verstärkungsfaktor ist 1.

**Einem Verstärker** Er arbeitet ebenfalls invertierend. Der Verstärkungsfaktor kann mit Hilfe eines 12-Umdrehungen 50K-Trimmers eingestellt werden.

**Einem Lead-Kompensator** Dieser soll, wie in Kap. 2.5.4 beschrieben, die Phasenverschiebung bei kleinen Frequenzen vergrößern. Dazu verwenden wir folgende Bauteile:

$$R_1 = 10K\Omega$$

$$R_2 = 2.24K\Omega \text{ (regelbar)}$$

$$C = 10\mu F$$

Durch die Kompensation wird die Amplitude aber im Verhältnis der beiden Widerstände verringert. Dies wird durch das 4. Reglerglied ausgeglichen.

**Ein nicht-invertierender Verstärker** Der 2K-Widerstand ist zusammen mit dem, der Lead-Kompensation, als Stereopotentiometer ausgeführt, um den Phasengang unabhängig von der Verstärkung regeln zu können. Leider sind die Gangtoleranzen zwischen beiden so groß, dass doch nachgeregelt werden muss.

Dies führt zu einem Bodeplot wie in Abb. 23. Die Einstellungen der Potentiometer war so, dass ein Schweben einer Referenzschraube möglich war. Das theoretische Bild resultiert aus Gl. 19, wobei zusätzlich ein Faktor  $A$ , der die Gesamtverstärkung des Kreises beschreibt, und die Verstärkung des vorgeschalteten Gliedes in Form von  $B$ , eingeführt wurden:

$$F(p) = A \cdot \frac{B \cdot p + \omega_1}{B \cdot p + \omega_1 + \omega_2}$$

$$A = 8.21(2)$$

$$B = 6(1)$$

$A$  und  $B$  wurden angefitet. Das Winkel-Diagramm ist gegenüber Abb. 14 in  $y$ -Richtung gespiegelt, da wir die Messwerte grundsätzlich als nachlaufend gemessen haben. Während die große Verstärkung von  $B$  klar ist, verwundert die 8 bei  $A$  etwas. Sie kann zum Teil mit der Toleranz der Widerstände erklärt werden, erscheint aber trotzdem zu hoch. Eine Erklärung konnten wir bisher nicht finden.

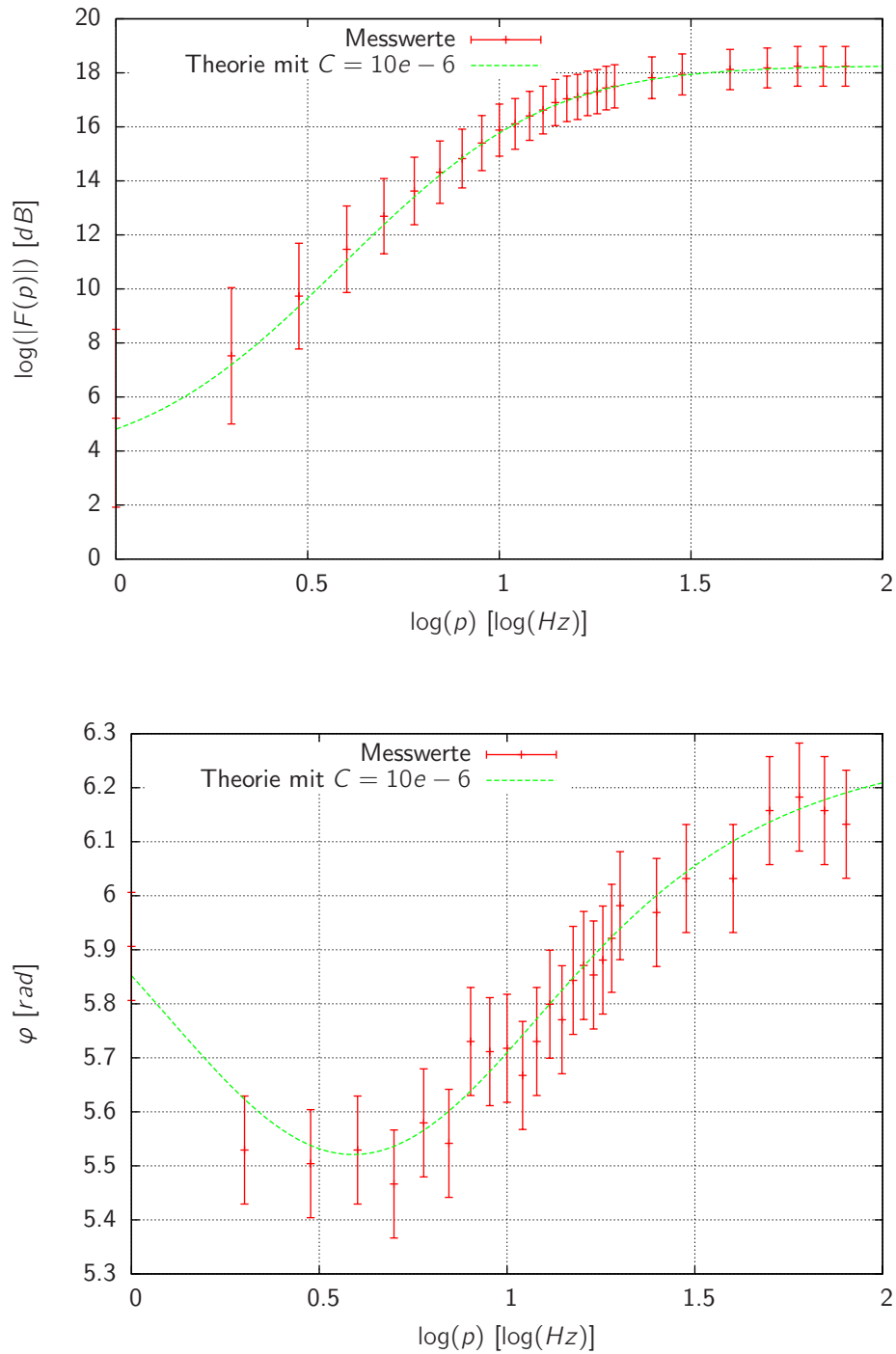


Abbildung 23: Bodeplot des vollständigen Reglers

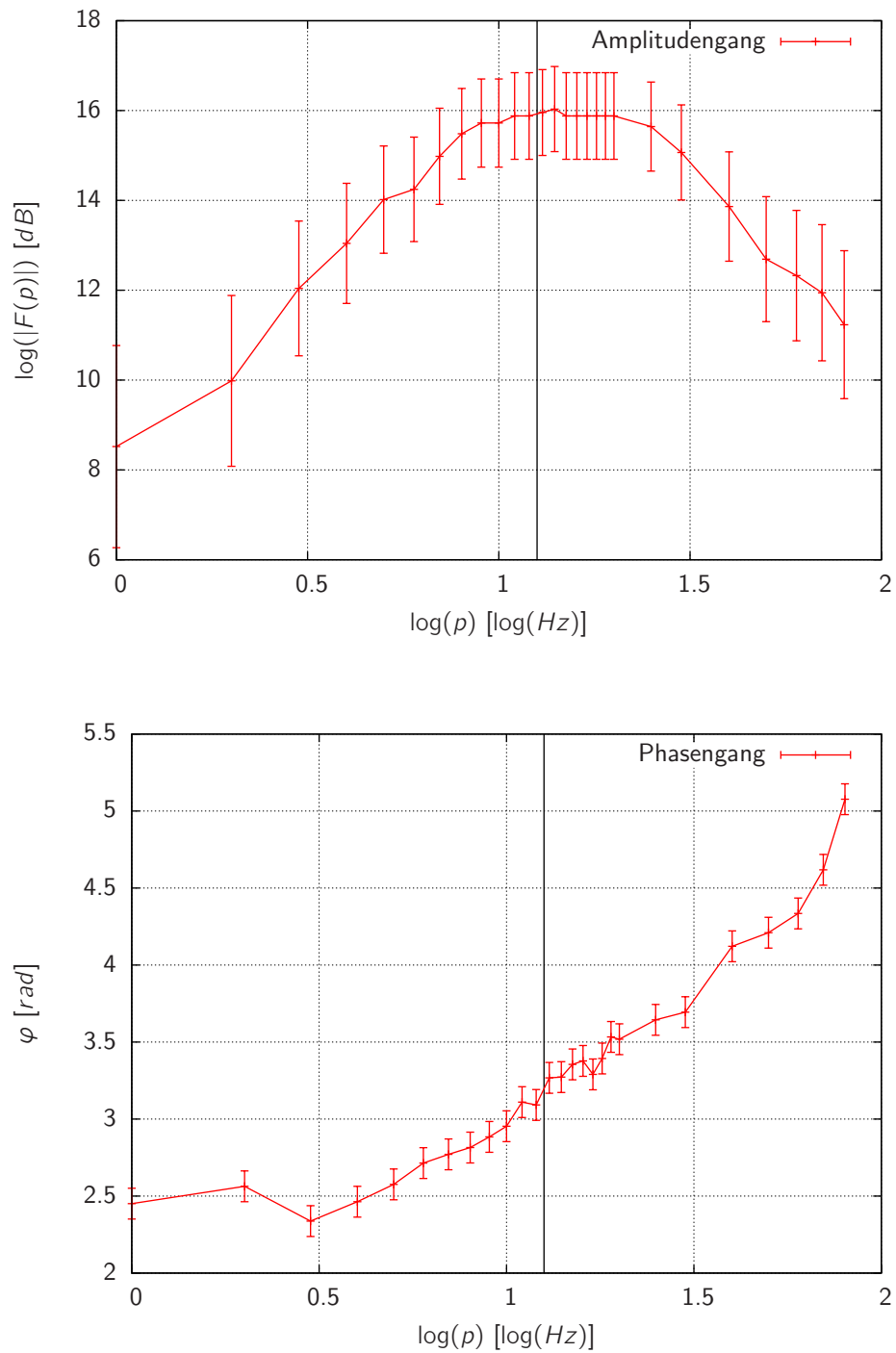


Abbildung 24: Das Bode-Diagramm der finalen Schaltung mit einem Abstand Sonde-Spule von 2mm

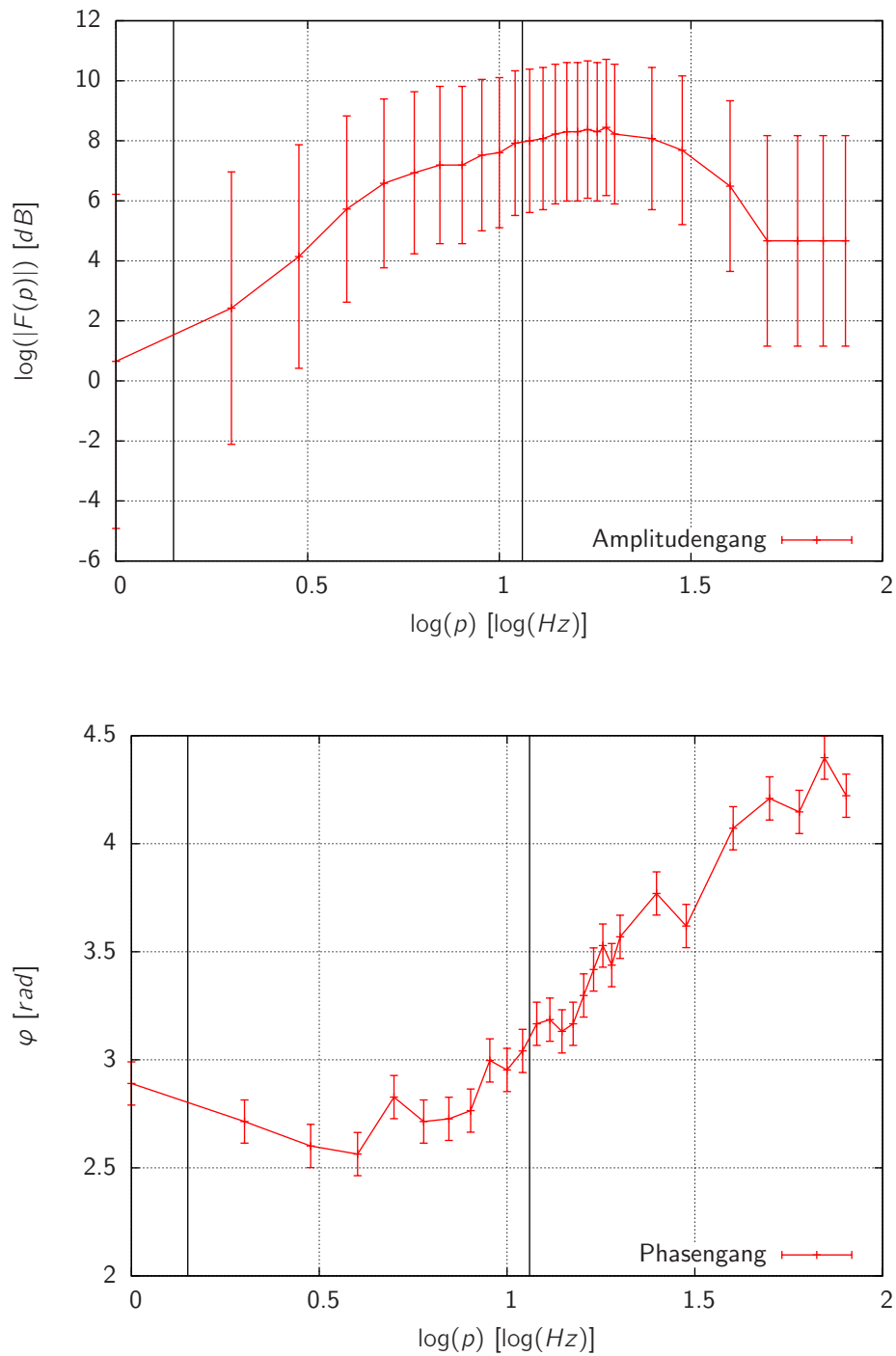


Abbildung 25: Das Bode-Diagramm der finalen Schaltung mit einem Abstand Sonde-Spule von 12mm

### 3.4 Die finale Schaltung

Die finale Schaltung besteht aus dem Regler und dem Steuerkreis. Sie ist im Anhang D zu finden. Dort ist auch das Layout der Platine und eine Liste der Bauteile abgebildet.

Endgültig erhalten wir einen Bodeplot wie in Abb. 24. Er ergäbe sich, wie in Kap. 2.5.3 besprochen, auch durch einfache Addition der Plots von unkompensiertem Kreis und Regler.

Das Diagramm entspricht dem Stabilitätskriterium und es ist auch ein relativ stabiles Schweben möglich. Die Schwierigkeit besteht darin, die Verstärkung und das Gewicht des schwebenden Körpers im Einklang mit der Stärke des Magneten zu wählen. Passen alle Parameter, so kann ein stundenlanges Schweben beobachtet werden. Bei ungünstigen Kombinationen kann es trotzdem noch zu einer Schwingneigung bei ca. 1-2Hz kommen, die ein Schweben nach 10-20s abrupt beendet.

Wir haben die finalen Boards schließlich in ein Aluminiumgehäuse gesetzt und die Spule an einer Tischlampe ähnlichen Halterung montiert. Für einen etwas lebendigeren Eindruck wurde der Magnet samt Schraube einem Plüschpinguin eingepflanzt. Dies ist in Abb. 26 zu sehen.

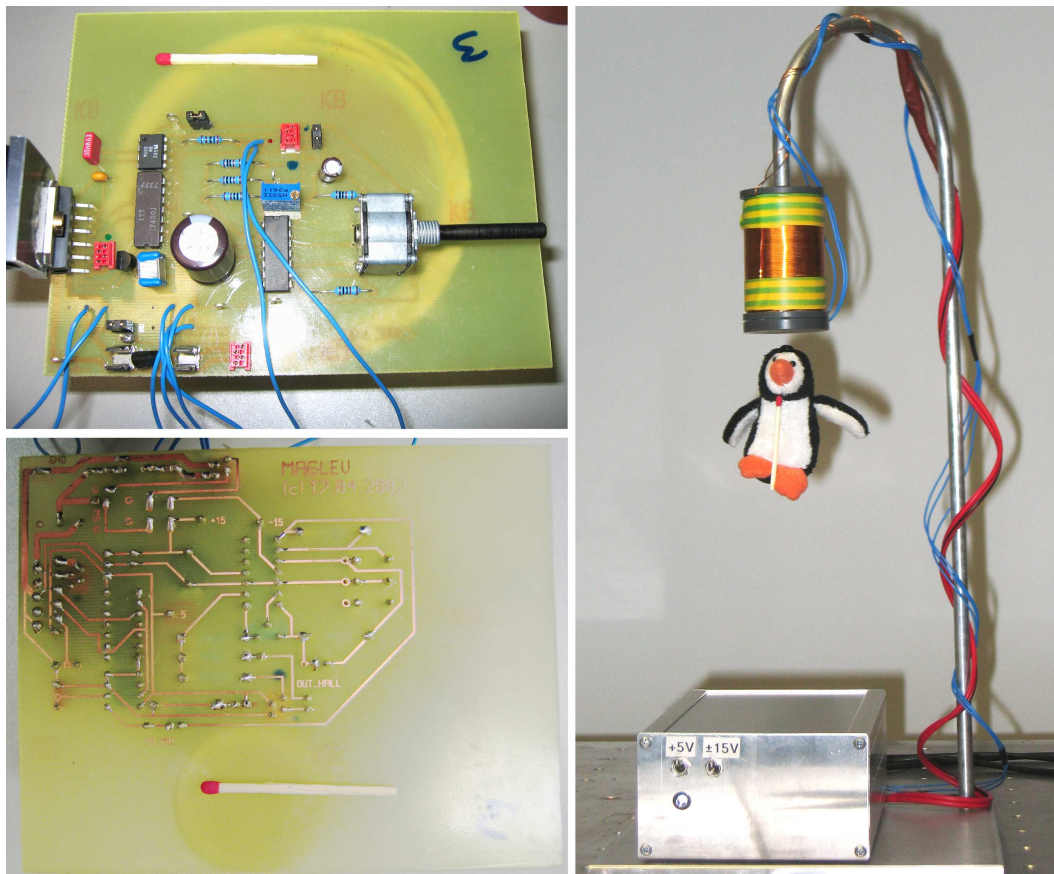


Abbildung 26: Fotos des finalen Aufbaus

## 4 Messungen

### 4.1 Magnetfelder von Spulen

Zu Beginn unseres Praktikums haben wir uns vornehmlich mit dem Magnetfeld von Spulen befasst. Insbesondere war für uns die Verstärkung des Spulenfeldes durch einen Eisenkern im Spuleninneren von Interesse. Durch die relativ hohe Suszeptibilität des Eisens erhofften wir uns eine gegebene Feldstärke mit einer, im Vergleich zur kernfreien Spule, kleinen Stromstärke zu erreichen.

Die Minimierung des fließenden Stroms bringt für uns zwei wesentliche Vorteile mit sich. Zum einen entsteht in der Spule selber weniger Wärme. Zum anderen muss der zur Ansteuerung der Spule verwendete Motortreiber für geringere Ströme ausgelegt sein.

Ein Blick auf die tabellierte magnetische Permeabilität von Eisen [9, S. 108] zeigt eine relative Permeabilität  $\mu_r$  in der Größenordnung 500 – 10000. Ausgehend von diesem Wert kann man jedoch nicht auf eine Erhöhung der Feldstärke im gleichen Maße in die Spule umgebenden Raum schließen. Es stellt sich heraus, dass die tatsächliche Erhöhung der Feldstärke in der Umgebung der Spule um Größenordnungen geringer ist. Eine analytische Lösung dieses magnetostatischen Randwertproblems erscheint uns auch bei einer relativ elementaren Geometrie, das heißt der Eisenkern in der Spule wird als Zylinder angenommen, als sehr schwierig. Ein mögliches Verfahren wird von G. A. Girgis [11] vorgestellt. Eine grobe Abschätzung der tatsächlichen Verstärkung wird in einem Buch von Heinz E. Knoepfel [10, S. 13-15] diskutiert. Ein weiterer möglicher Ansatz zur Lösung des Randwertproblems sind numerische Verfahren.

Wir werden hier jedoch auf eine weitere theoretische Betrachtung verzichten und uns auf die Messung dieser Verstärkung konzentrieren.

#### 4.1.1 Feldverstärkung durch Eisenkern

Zunächst haben wir die zur Symmetrieachse der Spule parallele Komponente des Magnetfeldes auf eben dieser Symmetrieachse für verschiedene Abstände  $d$  vom Spulenende und verschiedene Ströme  $I$  gemessen. Es wurden jeweils Messungen mit und ohne Eisenkern durchgeführt. Die Messung ohne Eisenkern wird zudem mit dem sich theoretisch ergebenden Verlauf (vgl. Gl. 14) verglichen.

Dabei wurde eine Spule mit  $N = 600$  Windungen, einer Länge  $L = 0,06\text{ m}$  und einem mittleren Radius von  $R = 0,0165\text{ m}$  verwendet. Hierbei ist insbesondere anzumerken, dass die Spule aus mehreren Wicklungsschichten besteht und somit der angegebene Radius nur ein Mittelwert ist. Die sich ergebenden Feldstärkenverläufe sind in Abb. 28, Abb. 29 und Abb. 30 dargestellt.

Bei der Interpretation der Werte fällt zunächst die relativ große Abweichung zwischen den theoretischen und den experimentellen Werten auf. Da diese Abweichung besonderes für kleine Abstände deutlich wird, kann es sich um einen Effekt der Wicklungsschichten handeln.

In Abb. 31 ist der Quotient  $\alpha$  aus der Feldstärke mit und ohne Eisenkern für den Strom  $I = 4\text{ A}$  gegen die Position aufgetragen. Es zeigt sich, dass der Quotient  $\alpha$  über weite Bereiche konstant bleibt. Lediglich für große Abstände gibt es deutliche Abweichungen. Dieses Verhalten erklären wir durch das in der Umgebung ohnehin vorhandene magnetische Feld. Für große Abstände hebt sich das Spulenfeld nicht mehr wesentlich von diesem Feld ab. Damit stellt der Quotient für große Abstände auch nicht mehr einen aussagekräftigen Wert für die Verstärkung dar.

Auf Grund dieser Tatsache wurden für die anderen Ströme die Feldstärken nur bis zu einem Abstand von  $d = 0,1\text{ m}$  vermessen.

Lassen wir den einen eben diskutierten hohen Wert außer Acht, so erhalten wir durch Mittelwertbildung in Abhängigkeit von der Stromstärke die in Tab. 2 dargestellten Quotienten  $\alpha$ . Hieraus ergibt sich insgesamt ein Mittelwert von:

$$\alpha = 3,52$$

Die Verstärkung durch den Eisenkern auf der Symmetrieachse der Spule liegt damit, wie bereits erwähnt, deutlich unter der relativen Permeabilität von Eisen. Eine Einzelmessung der gleichen Feldkomponente, jedoch abseits der Symmetrieachse, ergab eine ähnliche Verstärkung.

### 4.1.2 Feldstärke der verwendeten Spulen

Um die benötigte Stromstärke weiter zu reduzieren, haben wir bei der in der Schaltung zum magnetischen Schweben verwendeten Spule die Windungszahl auf 1060 Windungen erhöht. Diese Spule hat eine Länge  $L = 0,053 \text{ m}$  und einen mittleren Radius  $R = 0,0165 \text{ m}$ .

Wir konnten mit dieser Spule leider nur Messungen mit Eisenkern durchführen, da der Eisenkern sich nicht mehr aus dem Spulenkörper entfernen ließ<sup>11</sup>. Um die Verstärkung zu bestimmen, vergleichen wir daher die theoretische Feldstärke ohne Eisenkern mit der gemessenen Feldstärke mit Eisenkern.

Auch diese Messung wurde für verschiedene Ströme durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Abb. 32 und Abb. 33 zusammengetragen.

Die in Abb. 33 dargestellten Verstärkungsquotienten bleiben erneut für einen kleinen Abstand relativ konstant. Der Abfall für größere Entfernungen könnte zumindest zum Teil erneut durch das ständig im Raum vorhandene Magnetfeld erklärt werden. Es bleibt jedoch unklar, ob dies tatsächlich der Fall ist oder ob die Verstärkung wirklich abnimmt. Mittelt man die Werte für  $\alpha$  im in etwa konstanten Bereich, das heisst  $\alpha > 3$ , so ergibt sich ein Mittelwert von:

$$\alpha = 3,35$$

Damit ist die Verstärkung etwa so groß wie auch bei der zuvor diskutierten Messreihe. Die beiden Eisenkerne wurden jedoch aus verschiedenen Eisenstücken hergestellt. Leider ist die genaue Zusammensetzung dieses Stoffes nicht bekannt und so kann die Verstärkung auch nicht mit einem Literaturwert für die Permeabilität in Beziehung gesetzt werden. Qualitative Messungen mit anderen Eisenstücken als Spulenkern zeigten ähnliche Verstärkungsquotienten.

## 4.2 Magnetfeld in Abhängigkeit von der Pulsweite

Für die zur Realisation des Schwebens verwendete Schaltung ist es wesentlich, dass das durch die Spule erzeugte Magnetfeld durch die Spannung am Generator der Pulsweitenmodulation geregelt werden kann.

Dieser Zusammenhang soll in diesem Abschnitt untersucht werden. Dafür geben wir eine Spannung  $U_{\text{PWM}}$  auf den Eingang des in der Schaltung als Erzeuger der Pulsweitenmodulation verwendeten MIC502 (vgl. Abb. 27). Über den Motortreiber wird das erzeugte Signal in einen durch die Spule fließenden Strom umgesetzt. Die dadurch entstehende Magnetfeldkomponente parallel zur Symmetrieachse der Spule wird auf eben dieser Symmetrieachse durch eine Hallsonde gemessen. Die am Ausgang der Hallsonde anliegende Spannung  $U_{\text{Hall}}$  stellt dabei laut dem Datenblatt [12] ein Maß für diese Magnetfeldkomponente dar.

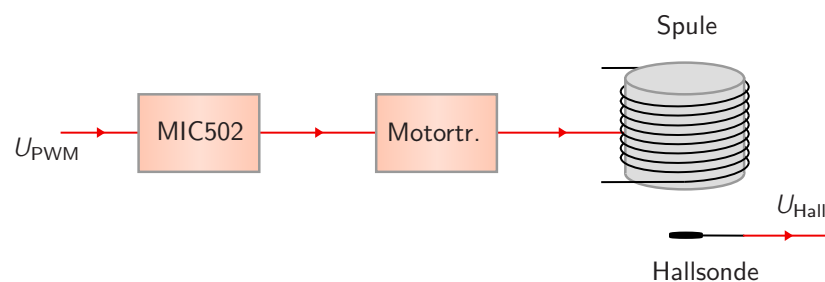


Abbildung 27: Schematischer Aufbau zur Messung des Magnetfeldes in Abhängigkeit von der Pulsweite

Die Spannung  $U_{\text{Hall}}$  wird für verschiedene Spannungen  $U_{\text{PWM}}$  und für verschiedene Abstände  $d$  zwischen der Hallsonde und dem Spulenende gemessen. Bei dieser Messung wurde das Netzgerät mit einer Strombegrenzung von  $0,5 \text{ A}$  betrieben. Die Betriebsspannung des MIC502 und der Hallsonde war  $5,07 \text{ V}$ . Neben dem MIC502 entsprachen auch die Hallsonde und der Motortreiber den im finalen Versuchsaufbau verwendeten Bauteilen.

<sup>11</sup>Dies wurde später mit einer übermäßig langen Temperatureinwirkung auf grund stundenlangen Schwebens erklärt...

Die Messwerte sind in Abb. 34 dargestellt.

Zur Interpretation dieser Werte beachten wir zunächst, dass  $U_{\text{PWM}} = 2,5 \text{ V}$  etwa der halben Betriebsspannung entspricht. Daher erwarten wir eine Pulsweitenmodulation bei der die Pulsweite der halben Periode entspricht. Die Umsetzung dieses Signals im Motortreiber sollte dazu führen, dass der Spulenstrom im Mittel gleich lang in die eine wie in die andere Richtung fließt. Für  $U_{\text{PWM}} = 2,5 \text{ V}$  entnehmen wir dem Diagramm nun unabhängig vom Abstand  $d$  eine Hallsondenspannung von etwa  $U_{\text{Hall}} = 2,5 \text{ V}$ . Dem Datenblatt der Hallsonde [12] entnehmen wir, dass diese Spannung einem Magnetfeld von  $0 \text{ T}$  entspricht. Der durch die Pulsweitenmodulation erzeugte Wechselstrom durch die Spulen hat also für das Magnetfeld den Effekt, als ob kein Strom fließen würde.

Wir betrachten nun Abb. 34 für konstante Werte des Abstands  $d$ . Es zeigt sich näherungsweise ein linearer Zusammenhang zwischen  $U_{\text{Hall}}$  und  $U_{\text{PWM}}$  für Werte von  $U_{\text{PWM}}$  aus dem Intervall von  $2,0 \text{ V}$  bis  $3,0 \text{ V}$ . Laut dem Datenblatt der Hallsonde ist  $U_{\text{Hall}} - 2,5 \text{ V}$  ein lineares Maß für das Magnetfeld  $B$ . Somit entnehmen wir der Abbildung, dass sich das Magnetfeld  $B$  proportional zu  $U_{\text{PWM}} - 2,5 \text{ V}$  ändert. Diese Beeinflussbarkeit des Magnetfeldes durch  $U_{\text{PWM}}$  nutzen wir zur Realisation des magnetischen Schwebens.

Um einen Eindruck der erzielten Feldstärken zu erhalten, haben wir die Werte aus Abb. 34 in Abb. 35 als magnetische Feldstärken  $B$  dargestellt. Die Umrechnung erfolgte mit der Formel:

$$B = \frac{64 \cdot 10^{-3} \text{ T}}{2 \text{ V}} (U_{\text{Hall}} - 2,5 \text{ V})$$

Der Umrechnungskoeffizient ergibt sich dabei aus dem Datenblatt der Hallsonde [12].

#### 4.2.1 Vergleich mit Gleichstrom

Auf Grund der Ergebnisse der bis hierhin diskutierten Messung stellt sich noch die Frage, welchem Gleichstrom das Spulenfeld bei einem gegebenen Wert der Größe  $U_{\text{PWM}} - 2,5 \text{ V}$  entspricht.

Hierzu beachten wir zunächst, dass für das Spulenfeld ohne einen Eisenkern an den Enden der Spule (vgl. Gl. 16):

$$B = \frac{\mu_0 I N}{2L}$$

Wir nehmen nun an, dass auch mit einem Eisenkern die Proportionalität zwischen der Feldstärke  $B$  und dem Gleichstrom  $I$  bestehen bleibt. Wir schreiben somit:

$$B = \beta I$$

Die Proportionalitätskonstante  $\beta$  bestimmen wir aus den in Abb. 32 zu sehenden Messwerten für einen Abstand  $d = 0 \text{ m}$ . Durch eine lineare Regression ergibt sich:

$$\beta = 0,0397(6) \text{ T A}^{-1}$$

Wir bestimmen nun mit  $I = B/\beta$  und den Werten für  $d = 0$  aus Abb. 35 den Gleichstrom, der durch die Spule fließen muss, um das durch die Pulsweitenmodulation bei einer Spannung  $U_{\text{PWM}}$  erzeugte Magnetfeld hervorzurufen. Die Ergebnisse sind in Abb. 36 zusammengetragen.

Die Abbildung zeigt, dass der Bereich von  $U_{\text{PWM}}$ , in dem sich  $U_{\text{PWM}}$  und  $U_{\text{Hall}}$  in etwa linear verhielten, ungefähr die durch die Stromstärkenbegrenzung definierten maximalen Ströme abdeckt. Dies war auch zu erwarten, da, falls die Pulsweite der Periode entspricht, ein Gleichstrom fließt. Der lineare Verlauf der Kurve  $I(U_{\text{Hall}})$  in dem genannten Bereich zeigt, dass, um die für unseren Versuch relevanten Aspekte des Magnetfeldes der Spule zu beschreiben, tatsächlich von einem effektiv fließenden Gleichstrom ausgegangen werden kann.

Ein möglicher Grund für die Überschreitung der Strombegrenzung von  $0,5 \text{ A}$  durch manche der berechneten effektiven Stromstärken ist, dass die Hallsonde nicht explizit geeicht wurde.

## 5 Rückblick, Ausblick und Ideen

Neben dem in Abschnitt 2.1.5 beschriebenen finalen Aufbau, also dem hängenden Schweben, wurde im Vorfeld viel mit einer Abstoßung, einem Hochdrücken des Objektes, experimentiert. Dies war in keinem Fall stabil möglich, da es stets versuchte in horizontaler Richtung auszuweichen. Auch eine Art Bande half dabei wenig.

Die vielen Grundlagen-Experimente zum Thema "Spule mit Eisenkern" lieferten teils unerwartete Ergebnisse, da sich der Einfluss des Kernes auf das Außenfeld als wesentlich kleiner und materialunabhängiger erwies, als die hohen Permeabilitäten vermuten lassen. Dadurch wurden die Möglichkeiten schwere Objekte schweben zu lassen weiter eingeschränkt, waren wir doch nun auf starke Neodymmagneten angewiesen, die das eigentliche Schweben ermöglichen. Das theoretische Verständnis der Wirkung des Eisenkerns auf das Fernfeld der Spule ist bisher allenfalls phänomenologisch klar. Hier würde sich ein interessanter Bereich anbieten, um weitere Messreihen und Überlegungen anzusetzen.

Viel Zeit wurde auch in das grundsätzliche Verständnis einer Regelung investiert, wodurch die aufgetretenen Probleme überhaupt erst bewältigt werden konnten. Der Abschnitt 3.2 zeugt von den inkrementellen Verbesserungen, bis hin zum finalen, recht stabilen Regler. Auch hier wurden im Vorfeld verschiedene Möglichkeiten, insbesondere in Form eines Mikroprozessors und einer PCI-IO-Karte, evaluiert. Diese erwiesen sich aber zu diesem Zeitpunkt als zu aufwendig und langsam. Im Nachhinein regeln wir im Hertzbereich, was eine erneute Betrachtung rechtfertigen würde.

All dies bot eine tolle Möglichkeit praktische Fertigkeiten zu erlernen. Die zahlreichen Probleme trifft man auf Übungszetteln und im Anfängerpraktikum dann doch nicht. Da gab es inkompatible Bauteile, kalte Lötstellen, es gab Spannungsspitzen, die es zu glätten galt, es musste auch für die kleinste Messung ein halbwegs stabiler Aufbau erdacht und gefertigt werden. Für den finalen Aufbau wurden technische Zeichnungen für die Werkstatt angefertigt und das Platinenlayout musste aus dem Schaltplan<sup>12</sup> erstellt, auf eine Platine belichtet und geätzt werden. Hier ist im Nachhinein zu sagen, dass die Beschriftung auf dem Board, feste Spannungstestpunkte und die Idee mit Steckern und nicht festen Lötstellen für die externen Geräte nicht schlecht war, aber die Position der Stecker das nächste Mal auch dreidimensional durchdacht werden sollte...

Da dies nur unser Meilenstein eins war, liegen mögliche Nachfolgeprojekte natürlich auf der Hand. Die grundsätzliche Möglichkeit eines Handovers scheint zu bestehen, wie wir anhand einiger improvisierter Versuche herausgefunden haben, es ist aber nicht einfach. Ist dies geschafft, könnte als Antrieb ein simpler Rückstoßmotor dienen oder eben ein Linearantrieb in Form einer weiteren Reihe von Spulen.

Das Projekt wäre nichts geworden, wäre da nicht die tatkräftige Unterstützung der Feinmechanik des II. Instituts gewesen, die nicht nur unsere Ideen in Rekordzeit umgesetzt, sondern von sich aus zahlreiche praktische Erfahrungswerte und Denkansätze eingebracht haben. Auch danken wir den Elektrowerkstätten der Materialphysik, des II. und IV. Instituts sowie der Vorlesungssammlung für die zahlreichen Bauteile und Gerätschaften; und natürlich den Diplomanden der IV. Physik, dass sie sich immer die Zeit genommen haben, uns den Raum aufzuschließen, die vielfältigen Verstecke von Bauteilen, Werkzeug und sonstigen Utensilien zu zeigen und auch sonst viel Geduld hatten. Schließlich ist da noch Martin Wenderoth, der uns super betreute, in die richtige Richtung lenkte sowie aus einigen geistigen Sackgassen half. Auch die beiden fleißigen Korrekturleser sollen nicht unerwähnt bleiben.

Abschließend ist zu sagen, dass wir glücklicherweise mit entsprechendem Respekt an den Zeit- und Arbeitsaufwand dieses Projekts herangegangen sind und uns so trotzdem über die erzielten Erfolge freuen, auch wenn wir nur den Meilenstein eins erreichten.

---

<sup>12</sup>mit unseren zahlreichen, nicht in den Bibliotheken vorhandenen Bauteilen

## Literatur

- [1] James Clerk Maxwell: "A Treatise on Electricity and Magnetism" Clarendon Press, Oxford 1873
- [2] Werner Braunbek: "Freischwebende Körper im elektrischen und magnetischen Feld" Zeitschrift für Physik 112 1939, S. 753-763
- [3] Werner Braunbek: "Freies Schweben diamagnetischer Körper im Magnetfeld" Zeitschrift für Physik 112 1939, S. 764-769
- [4] Horst Stöcker: "Taschenbuch der Physik" Harri Deutsch 2007
- [5] Simon, Heflinger, Geim: "Diamagnetically stabilized magnet levitation" Am. J. Phys. 69 (6) Juni 2001, S. 702-713
- [6] Simon, Heflinger, Ridgway: "Spin stabilized magnetic levitation" Am. J. Phys., 65 (4) April 1997, S. 286-292
  
- [7] Marcelo Alonso, Edward J. Finn: "Physik" Addison-Wesley GmbH 1992
- [8] <http://www.bu.edu/core/cc105/lectures/L07-E&M/Bsol.jpg>; 2007-06-04
  
- [9] Wolfgang Demtröder: "Experimentalphysik 2" Springer 2004
- [10] Heinz E. Knoepfel: "Magnetic fields: A comprehensive theoretical treatise for practical use" John Wiley & Sons 2000
- [11] G. A. Girgis: "Eine neue Lösung des Randwertproblems für den kurzen ferromagnetischen Zylinder im äußeren Feld" Archiv für Elektrotechnik 66 Springer 1983
- [12] <http://content.honeywell.com/sensing/prodinfo/solidstate/catalog/c20020.pdf>; 2007-05-25
  
- [13] <http://www.roboternetz.de/wissen/index.php/Regelungstechnik>; 2007-05-13
- [14] Orłowski, P.F.: "Praktische Regeltechnik" Springer 1999; Kap. 5.3
- [15] <http://www.roboternetz.de/wissen/index.php/Bild:Phasenrand.gif>; 2007-05-13
- [16] <http://web.mit.edu/kumpf/www/maglev.html>; 2007-05-30
- [17] <http://www.mikrocontroller.net/articles/Operationsverst%c3%a4rker-Grundsaltungen>; 2007-05-30
- [18] <http://130.233.125.28/Kurssit/AS-74.2111/index.en.html>; 2007-05-30

## A Tabellen und Grafiken

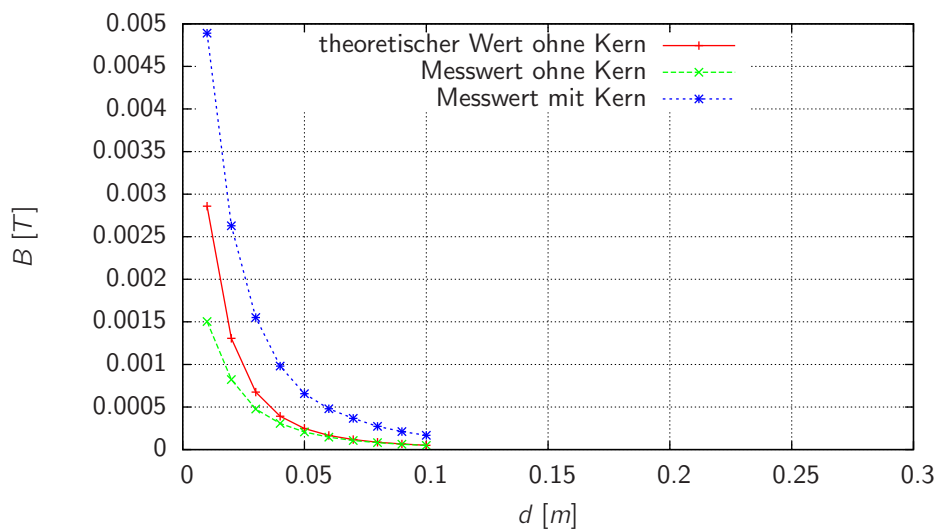


Abbildung 28: Feldverläufe bei einer Spule mit  $n = 600$  Windungen und einem Strom von  $I = 1$  A

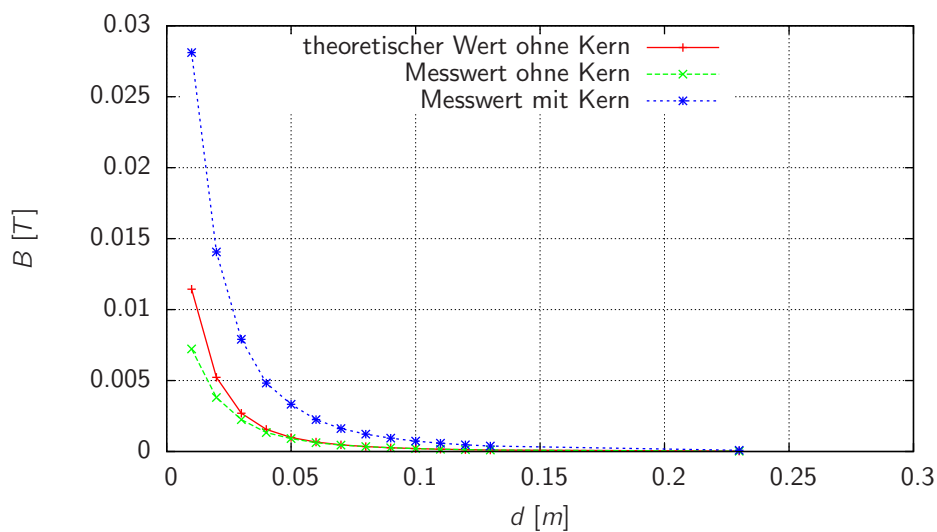


Abbildung 29: Feldverläufe bei einer Spule mit  $n = 600$  Windungen und einem Strom von  $I = 4$  A

$I$ [A]	$\alpha$
1	3,31
4	3,64
6	3,62

Tabelle 2: Verstärkung des Magnetfeldes durch einen Eisenkern

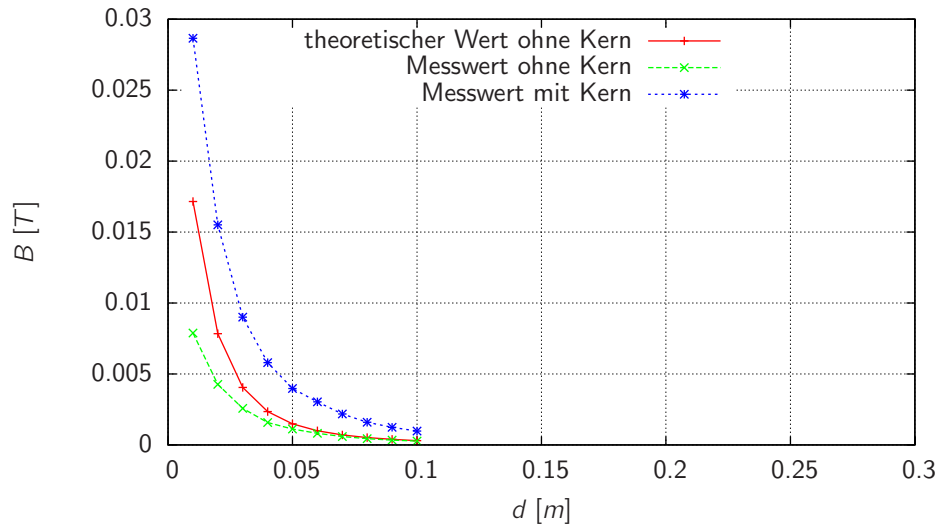


Abbildung 30: Feldverläufe bei einer Spule mit  $n = 600$  Windungen und einem Strom von  $I = 6 \text{ A}$

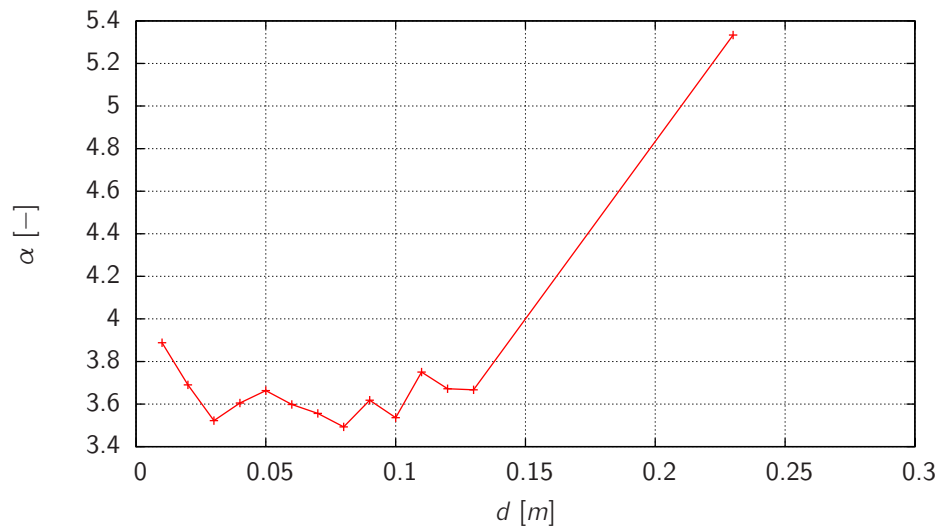


Abbildung 31: Feldverstärkung  $\alpha$  bei einer Spule mit  $n = 600$  Windungen und einem Strom von  $I = 4 \text{ A}$

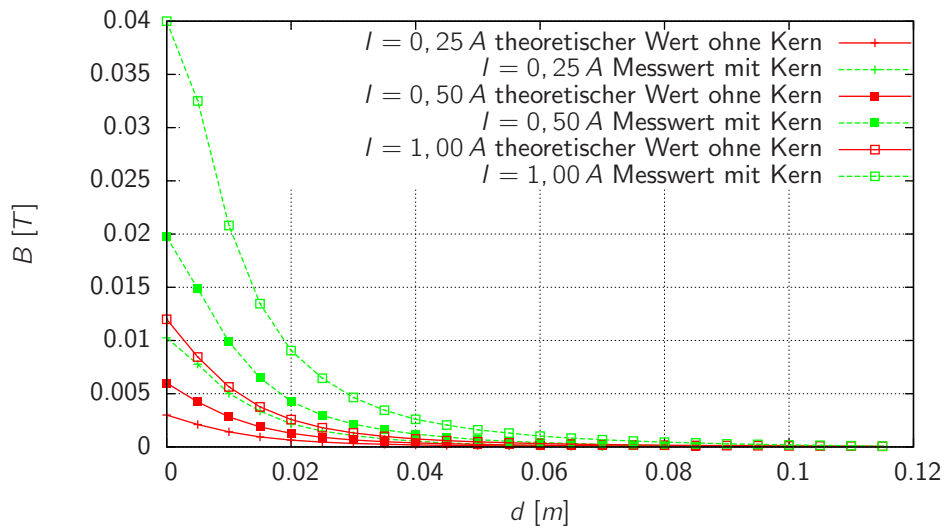


Abbildung 32: Feldverläufe bei einer Spule mit  $n = 1060$  Windungen und verschiedenen Strömen

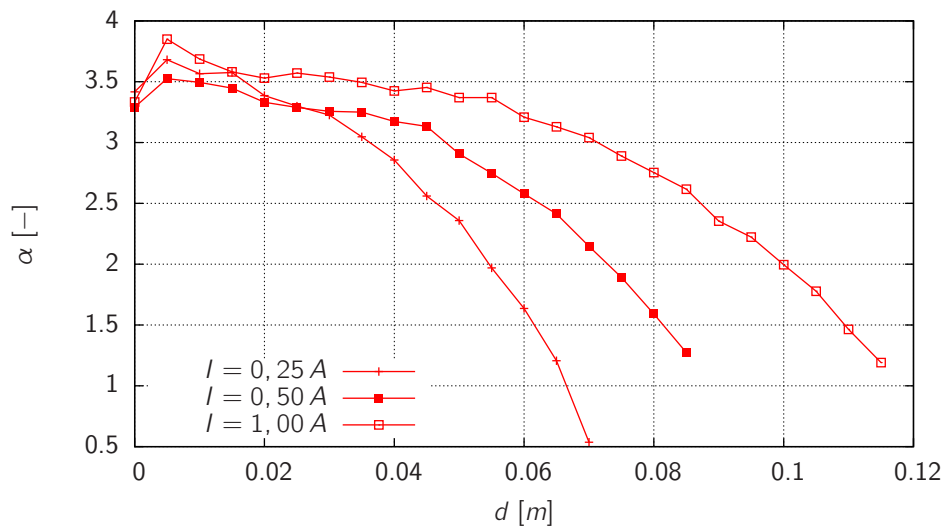


Abbildung 33: Feldverstärkung  $\alpha$  bei einer Spule mit  $n = 1060$  Windungen und verschiedenen Strömen

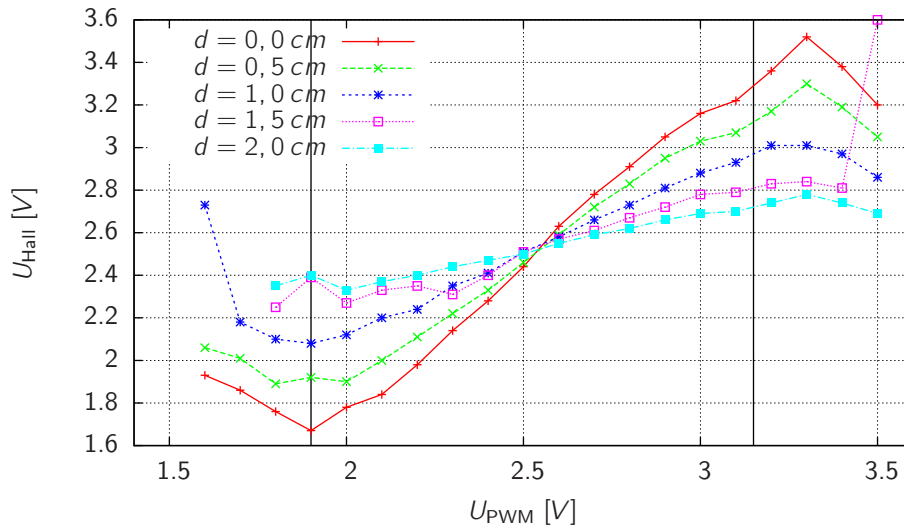


Abbildung 34: Spannung an der Hallsonde  $U_{\text{Hall}}$  gegen die Spannung am Eingang der Pulsweitenmodulation  $U_{\text{PWM}}$  für verschiedene Abstände  $d$  (Die Linien markieren den Arbeitsbereich)

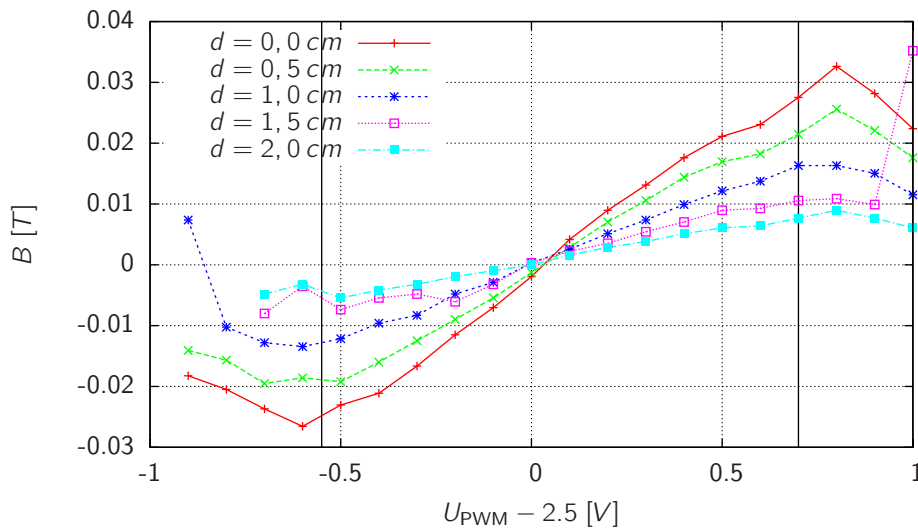


Abbildung 35: Magnetfeld  $B$  gegen die Spannung am Eingang des MIC502  $U_{\text{PWM}}$  für verschiedene Abstände  $d$  (Die Linien markieren den Arbeitsbereich)

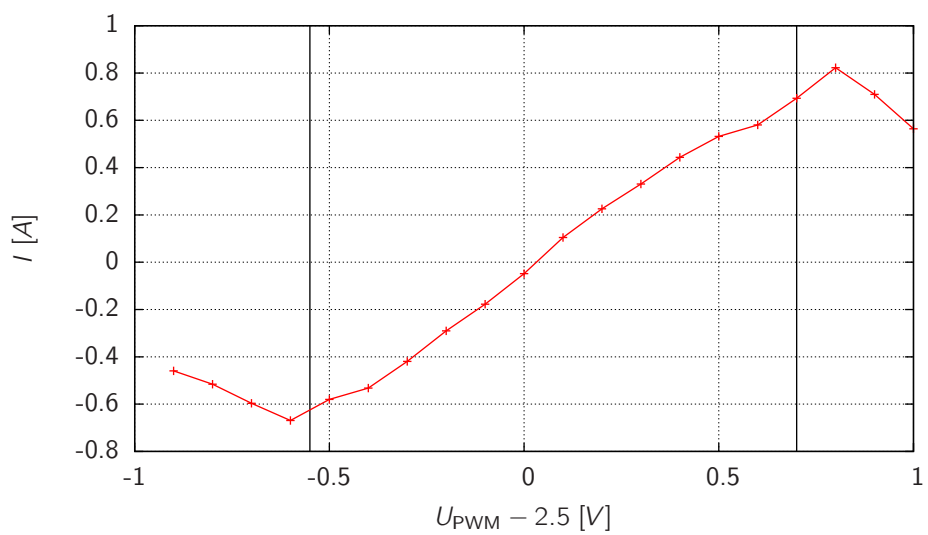


Abbildung 36: Gleichstrom  $I$  durch die Spule der einer Eingangsspannung  $U_{PWM}$  am MIC502 entspricht (Die Linien markieren den Arbeitsbereich)

## B Verwendete Hard- und Software

### Spannungsversorgung

- $\pm 15V$  Eigenbau (Transformator mit Festspannungsreglern und Elkos)

### Datennahme

- minicom - <http://alioth.debian.org/projects/minicom/>
- Tektronix TDS 2024 (Oszilloskop)
- Fine Instruments Finest 183 Multimeter
- Lake Shore 450 Gaussmeter

### Datenauswertung

- Gnuplot - <http://www.gnuplot.info/>
- Gnumeric - <http://www.gnome.org/projects/gnumeric/>

### Schaltpläne und Boardlayout

- gEDA Suite - <http://www.geda.seul.org/>
- pcb - <http://pcb.sf.net/>

### Editoren

- scribes - <http://scribes.sf.net>
- Eclipse - <http://www.eclipse.org/> und <http://texlipse.sourceforge.net/>
- Emacs - <http://www.gnu.org/software/emacs/>
- Vim - <http://www.vim.org/>

### Grafik

- Inkscape - <http://www.inkscape.org/>
- Dia - <http://www.gnome.org/projects/dia/>
- The Gimp - <http://www.gimp.org>

### Tools

- make - <http://www.gnu.org/software/make/>
- Subversion - <http://subversion.tigris.org/> und <http://tortoisesvn.tigris.org/>
- $\LaTeX$  - <http://www.tug.org/texlive/> und <http://miktex.org/>
- Debian GNU/Linux - <http://www.debian.org>

## C Aufnahme der Oszilloskopdaten

Für die hochfrequenten Messungen verwendeten wir das Oszilloskop *TDS2014* der Firma *Tektronix*. Es war mit einer Erweiterungskarte für einen RS232 Anschluss versehen. Hierüber konnten wir mit Hilfe eines Nullmodemkabels und des Programms *minicom* die aktuellen Messwerte auslesen. Die wichtigen Parameter für das Terminalprogramm sind:

```
Hardware Flow Control      On
Software Flow Control      Off
Bps/ Par/ Bits            19200 8N1
```

Die Baudrate ist die schnellstmögliche, die das Oszilloskop unterstützt und sollte in selbigem natürlich ebenfalls eingestellt sein. Für eine bessere Übersicht sollten in *minicom* noch *Linewrap* und *Local echo* sowie die Funktion *Capture* aktiviert werden. Die passenden Befehle zum Auslesen sind nun

```
dat:enc ascii
dat:wid 1
dat:start 1
dat:stop 2500
dat:source ch1
wfmp?
curve?
```

2500 sind alle Messerte, *wfmp?* gibt eine Informationsleiste mit den aktuellen Parametern und *curve?* schließlich die Werte als Komma-separierte Liste.

## D Die finale Schaltung

Passive Bauteile	Aktive Bauteile	Mechanische Bauteile
5*10K	Festspannungsregler TS78L00CT	6 Testpunkte
2K-Stereopotentiometer	NAND TL074a	4 Jumper
50K-Trimmer	PWM-Generator MIC 502	3 Stecker (4-Polig)
470uF (Elko)	OPAMP TL074cn	3 Buchsen
10uF (Elko)	H-Brücke L6203	1 Kippschalter
10nF	Hallsonde SS495a	1 Stereokippschalter
100nF		1 Sicherungshalterung
LED m. Vorwiderstand		1 Gehäuse
Halbleitersicherung		1 Platine
1 Spule (n=1100)		3 Bananenbuchsen
		1 Sub-D 9 Polig Stecker
		1 Sub-D 9 Polig Buchse

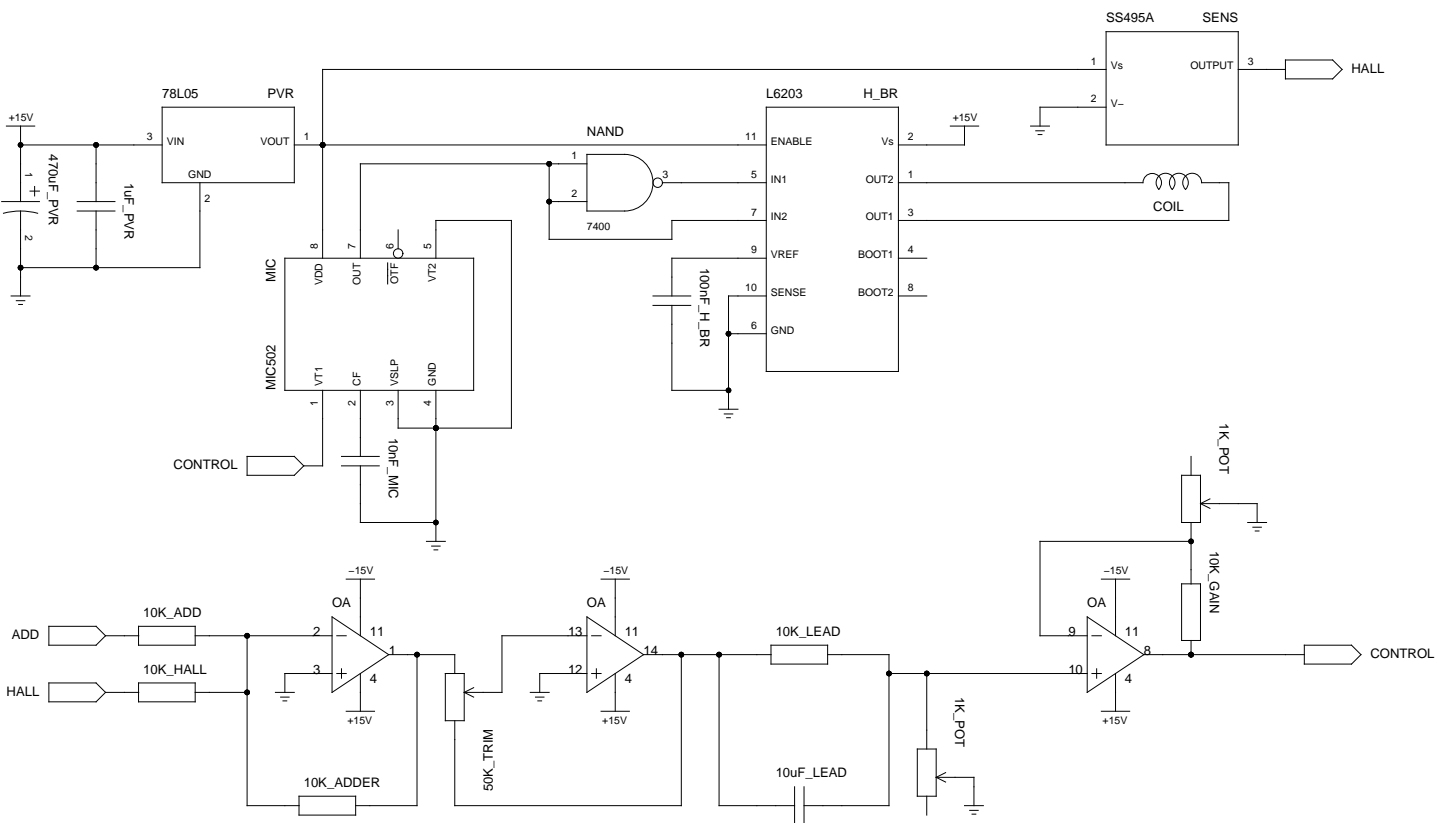


Abbildung 37: Die finale Schaltung

